

1. (a) Mostrar que $x = 0$ é zero da função (0,2); mostrar a unicidade como zero da função (0,3); calcular o limite pedido (0,3).
(b) Verificar que existe imagem quando $x = 0$ (0,1), calcular o limite quando x tende a 0 (0,2); concluir que a função é contínua em $x = 0$ (0,1); mostrar que a função é derivável em $x = 0$ (0,3).
(c) Apresentar a definição correta e aplicar corretamente os cálculos (0,5).

2. (a) Mostrar que T é fechado para a soma (0,4) e fechado para o produto por escalar (0,3). Obs.: Também foi aceita a justificativa matricial.
(b) Determinação da matriz transformação (0,2); cálculo do determinante de sua matriz (0,1) e conclusão correta relacionando as áreas (0,2). Obs.: Também foram aceitas resoluções usando a dilatação de vetores ou área a partir de integral dupla.
(c) Mudança de variáveis (0,1); cálculo do jacobiano (0,2), resolver a integral dupla pedida corretamente (0,5).

3. (a) Escrever um algoritmo que determine uma aproximação de $y(3)$ utilizando o método de Euler com N passos, para N qualquer (1,2). Obs.: Particularizar N , como se N fosse igual a um certo valor (0,6); ou escrever relação de recorrência ao invés de um algoritmo (0,8);
(b) Comparar corretamente o método de Runge-Kutta com o método de Euler abordando redução do erro entre a solução exata e uma solução aproximada quando dobramos o número de passos dos métodos (0,8). Obs.: Errar apenas na ordem do erro (0,4); ou indicar apenas que Euler é pior que o método de Runge-Kutta, mas sem falar em quanto o erro se reduz (0,2).

4. (a) Derivar a combinação linear (0,3) e finalizar o argumento (0,2).
(b) Deduzir a equação característica (0,1); encontrar as soluções complexas (0,1); deduzir as soluções reais (0,1); mostrar que são L.I. (0,1), deduzindo a solução geral (0,1).
(c) Exibir a equação característica e suas raízes (0,2) e exibir a solução geral (0,2).
(d) Exibir a equação característica da EDO homogênea associada, com suas raízes (0,2) e a sua solução geral (0,1); encontrar uma solução particular (0,2) e exibir a solução geral da EDO não homogênea (0,1).

5. Separar as variáveis (0,2); resolver corretamente $X(x)$ (0,5); resolver corretamente $T(t)$ (0,5); escrever $u(x, t)$ corretamente (0,2); utilizar $u(x, 0) = f(x)$ (0,1); fazer expansão ímpar e periódica de $f(x)$ para encontrar a constante (0,5).