

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA  
CELSO SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Análise de Tensões e Deformações em um  
Enrijecedor de Curvatura de Dutos Flexíveis**

Luiz Henrique C. S. S. Ribeiro  
Rafael Prust Saliba

Prof. Orientador: Paulo Pedro Kenedi, D. Sc.  
Prof. Coorientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D. Sc.

**Rio de Janeiro  
Maio de 2014**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

R484 Ribeiro, Luiz Henrique C. S. S.  
Análise de tensões em um enrijecedor de curvatura de  
dutos flexíveis / Luiz Henrique C. S. S. Ribeiro [e] Rafael  
Prust Saliba.—2014.  
iv, 73f. : il.color. , grafs. , tab. ; enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação  
Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2014.

Bibliografia : f. 73

Orientador : Paulo Pedro Kenedi

Coorientador : Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

1. Canos e canalização - Tubos. 2. Deformações e tensões. 3.  
Curvatura. I. Saliba, Rafael Prust. II. Kenedi, Paulo Pedro (Orient.).  
III. Pacheco, Pedro Manuel Calas Lopes (Coorient.). IV. Título.

CDD 621.8672

## **Resumo**

O objetivo do presente trabalho aqui exposto é a modelagem de um método analítico de estimativa das tensões internas atuantes em cada um dos componentes de um enrijecedor de curvatura à flexão com aplicação em dutos flexíveis para exploração de petróleo. Após a abordagem analítica, o método de elementos finitos é utilizado para que sejam comparados os resultados obtidos a partir de cada um dos métodos. Os resultados obtidos indicam que a modelagem analítica proposta representa de maneira satisfatória o comportamento do enrijecedor de curvatura e se configura como um método de análise válida.

## **Abstract**

The objective of the study here presented is the modeling of an analytical method for estimating internal stresses acting on each component of a bend stiffener bending with application in flexible pipes for oil exploration. After the analytical approach, the finite element method is used so that the results obtained from each method are compared. The results indicate that the proposed analytical modeling represents satisfactorily the behavior of the bend stiffener and is configured as a valid method of analysis.

Palavras chave : Enrijecedor de curvatura, dutos flexíveis, bend stiffener.

## Sumário

Resumo .....	2
Abstract.....	2
Capítulo I – Introdução .....	1
Capítulo II – Dutos flexíveis.....	3
II.1 – Camadas de um Duto Flexível .....	5
II.1.1 – Carcaça Intertravada .....	6
II.1.2 – Barreira de Pressão .....	6
II.1.3 – Armadura de Pressão .....	7
II.1.4 – Armaduras de Tração.....	7
II.1.5 – Capa Externa.....	8
II.2 – Risers e Flowlines .....	9
II.3 – Principais Configurações de Instalação.....	9
II.3.1 – Catenária Livre (Free Hanging).....	11
II.3.2 – Configuração Lazy Wave .....	11
Capítulo III – Enrijecedores de Curvatura.....	12
III.1 – Definição da Carga de Trabalho - Linha elástica:.....	16
Capítulo IV – Abordagem Analítica.....	28
IV.1 – Corpo de Poliuretano .....	28
IV.1.1 – Proposta de Análise – Corpo de poliuretano.....	30
IV.2 – Componentes Metálicos.....	34
IV.2.1 – Proposta de Análise – Luva .....	35
IV.2.2 – Proposta de Análise – Torus .....	45
Capítulo V – Abordagem pelo método de elementos finitos.....	53
V.1 – Corpo de poliuretano.....	54
V.1.1 – Geometria .....	54

V.1.2 – Malha.....	55
V.1.3 – Carregamentos e Condições de contorno .....	56
V.1.4 – Solução .....	58
V.2 – Componentes metálicos .....	59
V.2.1 – Luva metálica .....	59
V.2.2 – Torus.....	65
Capítulo VI – Conclusão .....	71
Referências .....	73

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Modelo de um enrijecedor de curvatura à flexão (com corte parcial para facilitar o entendimento de sua estrutura interna).[07] .....	1
FIGURA 2: Duto Flexível e suas camadas [7] .....	4
FIGURA 3 : Construção típica das camadas em um duto flexível [7] .....	5
FIGURA 4: Tipos de perfis segundo API RP 17B .....	7
FIGURA 5: Principais arranjos submarinos[3] .....	10
FIGURA 6: Comparação com o cotidiano .....	12
FIGURA 7: Diagrama de partes: Laranja – Corpo de poliuretano em (em corte)/Azul – Luva Metálica/Verde – Torus.....	14
FIGURA 8: Diagrama de corpo livre – Seção polimérica.....	17
FIGURA 9: Gráfico do momento fletor – Seção polimérica.....	20
FIGURA 10: Gráfico do momento de inércia – Seção polimérica.....	22
FIGURA 11: Gráfico da deflexão do poliuretano .....	25
FIGURA 12: Gráfico do ângulo do poliuretano .....	27
FIGURA 13: Corpo de poliuretano do enrijecedor de curvatura. ....	29
FIGURA 14: DCL parte polimérica .....	30
FIGURA 15: Gráfico das tensões no poliuretano.....	33
FIGURA 16: Parte metálica de um enrijecedor de curvatura.....	35
FIGURA 17: Diagrama de corpo livre – Luva metálica.....	36
FIGURA 18: Gráfico de tensões na luva metálica. ....	40
FIGURA 19: Arranjo esquemático para cálculo das tensões cisalhantes.....	41
FIGURA 20: Modelo – Torus.....	45
FIGURA 21: Diagrama de corpo livre – Torus.....	46
FIGURA 22: Efeito do momento aplicado no torus.....	48
FIGURA 23: Geometria – Torus .....	49
FIGURA 24: Geometria – Poliuretano .....	54
FIGURA 25: Malha – Poliuretano.....	55
FIGURA 26: Condições de contorno e carregamento – Poliuretano .....	57
FIGURA 27: Solução – Poliuretano .....	58
FIGURA 28: Geometria – Luva .....	59
FIGURA 29: Malha – Luva.....	60

FIGURA 30: Carregamento e condições de contorno – Luva.....	62
FIGURA 31: Solução – Luva .....	64
FIGURA 32: Geometria – Torus .....	65
FIGURA 33: Malha – Torus.....	67
FIGURA 34: Condições de contorno e carregamento – Torus.....	69
FIGURA 35: Solução – Torus .....	70

## **LISTA DE TABELAS**

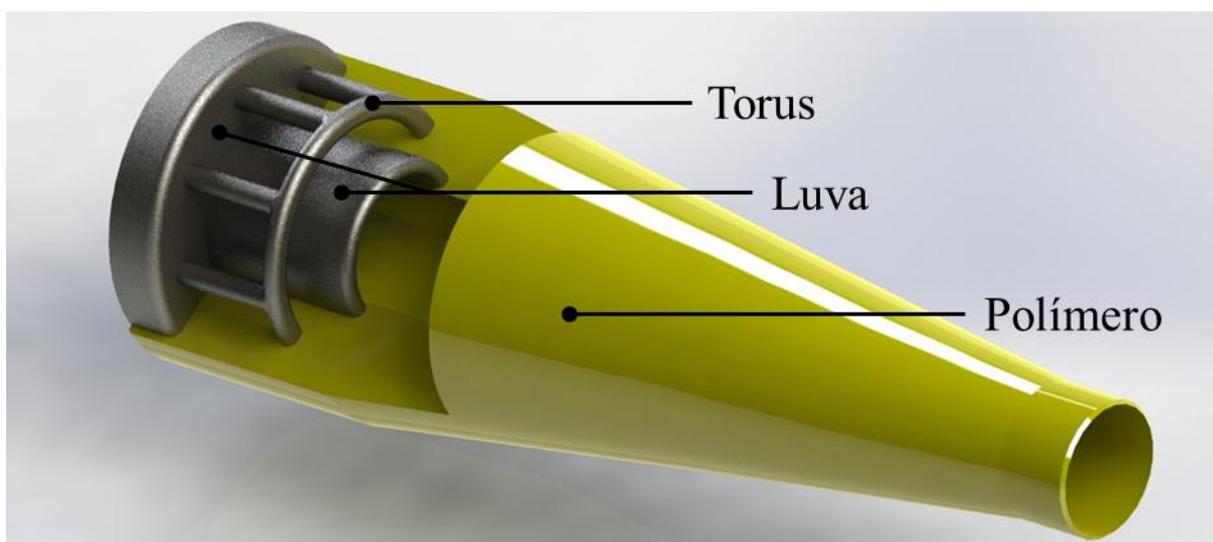
TABELA 1: Principais camadas e suas funções[7].....	5
TABELA 2: Comparação de resultados .....	71

## Capítulo I – Introdução

Atualmente a indústria de petróleo ocupa uma posição de destaque na economia mundial. A extração de petróleo a partir de poços submarinos sempre apresentou desafios e foi responsável por inúmeras inovações nas mais diversas áreas da engenharia. Com a descoberta da região do pré-sal brasileiro, a utilização de unidades flutuantes “offshore” de produção e dutos flexíveis são importantes para a sua exploração.

Dutos flexíveis são utilizados para transferência de fluidos entre a unidade flutuante produtora e poços. Esses dutos são estruturas tubulares, compostos por várias camadas concêntricas, poliméricas e metálicas, cada uma sendo responsável por uma função específica. Os poços de produção alcançam profundidades de até dois quilômetros e meio. Por esse motivo, esses dutos flexíveis estão sujeitos à grandes cargas, resultantes das condições ambientais marinhas decorrentes de ondas e correntes, além do movimento da própria plataforma. Na conexão de topo verifica-se que há a maior carga dinâmica do conjunto, entre o riser (duto flexível suspenso) e a plataforma flutuante.

Por conta dessa carga, e visando evitar um curvamento excessivo que poderia danificar estruturalmente os dutos, é praxe o emprego de enrijecedores de curvatura, em inglês chamados “bend stiffeners”. Esse tipo de estrutura feito de aço e polímero é fixado logo após o conector que promove a fixação do duto flexível à plataforma.



**FIGURA 1: Modelo de um enrijecedor de curvatura à flexão (com corte parcial para facilitar o entendimento de sua estrutura interna).[07]**

Como é possível perceber pela FIGURA 1, o “bend stiffener” é composto por uma série de estruturas, explicadas a seguir. Uma luva interna metálica, normalmente fabricada em aço, cuja função é fixar-se ao conector da plataforma.

Soldado e parafusado a esta se encontra uma armação que tem como objetivo fornecer apoio estrutural e contato ao poliuretano. Este componente da estrutura metálica é chamada torus, e consiste basicamente de um anel suportado por várias hastes, que aumentam a resistência do componente e a área de contato com o poliuretano.

Uma vez que a estrutura metálica esteja inteiramente pronta, um cilindro rígido é inserido no furo reservado ao duto flexível, um molde aproximadamente cônico é fixado ao redor dessa montagem e o poliuretano é vertido, fundido, para dentro do molde. O cilindro serve como um “macho”, sendo retirado após a cura do polímero, deixando vago o espaço por onde passará o duto flexível.

O objetivo desse projeto é avaliar as tensões e deformações geradas no enrijecedor de curvatura à flexão em um regime usual de operação. Uma carga será definida inicialmente pelo método da linha elástica aplicada no corpo de poliuretano, baseada em um ângulo habitual de trabalho. A análise será dividida em duas abordagens principais: uma aproximação analítica a partir de cálculos de resistência dos materiais e uma segunda abordagem envolvendo simulação computacional pelo método de elementos finitos. Desta forma, busca-se estimar o comportamento em uma condição natural de trabalho dos enrijecedores de curvatura à flexão.

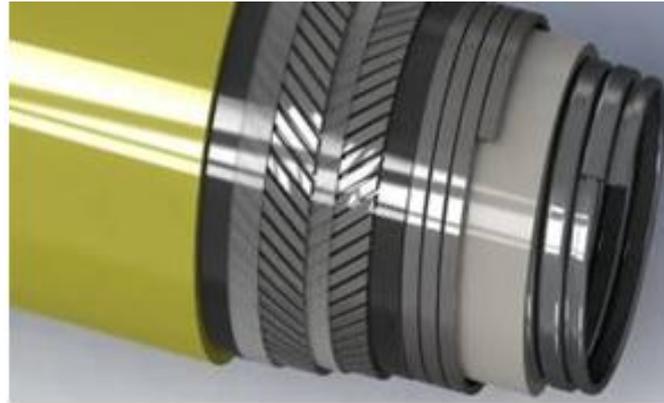
## Capítulo II – Dutos flexíveis

Os dutos flexíveis utilizados na indústria petrolífera são equipamentos compostos por diversas camadas, feitas de diversos materiais, onde cada uma dessas possui um papel específico. As camadas são normalmente formadas de cilindros poliméricos ou perfis metálicos em arranjos helicoidais. Seu posicionamento e disposição têm por objetivo permitir a adequação do duto flexível a diversas condições de projeto dependendo de variáveis como fluido transportado, temperatura, pressão de operação, profundidade e vida em serviço. [7][3]

Os dutos flexíveis possuem o arranjo de camadas concêntricas. Com esse arranjo, espera-se que as seguintes propriedades sejam alcançadas:

- Elevada resistência à tração;
- Baixa rigidez à flexão, viabilizando o bobinamento e armazenamento;
- Elevada rigidez axial;
- Capacidade de resistir e ter seu peso próprio suportado durante o lançamento;
- Capacidade de acomodar os movimentos naturais aos processos de instalação e operação;
- Resistência à pressão interna e externa e a possíveis esforços de sua despressurização rápida;
- Estrutura esbelta.

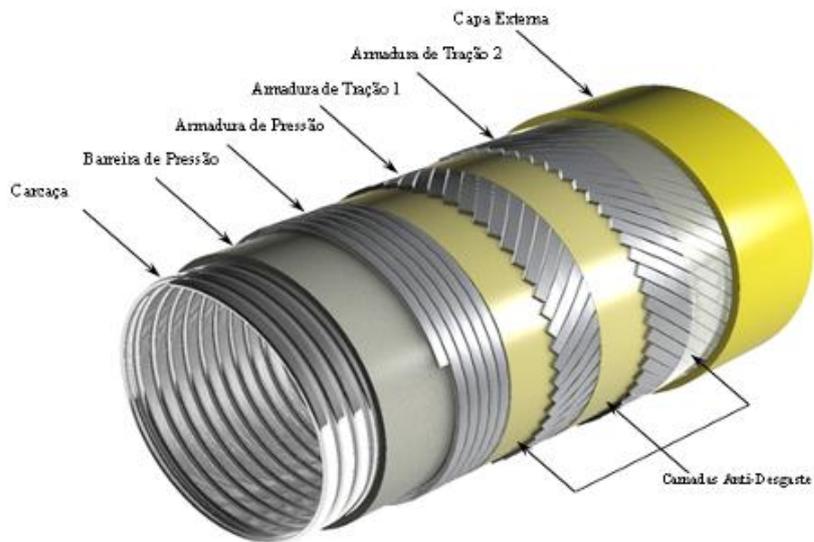
As camadas metálicas apresentam uma estrutura helicoidal, como dito anteriormente, e são frequentemente denominadas também como armaduras metálicas. Essas camadas são responsáveis pela integridade estrutural da estrutura. As poliméricas, por sua vez, são responsáveis pela estanqueidade dos fluidos interno e externo, por promover proteção anticorrosão e contra luz ultravioleta, além de reduzir o atrito entre as camadas metálicas. A FIGURA 2 ilustra um duto flexível, mostrando as camadas que o compõem.



**FIGURA 2: Duto Flexível e suas camadas [7]**

## II.1 – Camadas de um Duto Flexível

Nesta seção, busca-se detalhar cada uma das principais camadas componentes de um duto flexível e sua respectiva função. Cada camada possui um objetivo específico, como mostrado na FIGURA 3 : e a TABELA 1, que evidenciam a construção típica de um duto e aponta as denominações e funções básicas das suas várias camadas:



**FIGURA 3 : Construção típica das camadas em um duto flexível [7]**

**TABELA 1: Principais camadas e suas funções[7]**

ESTRUTURA TÍPICA DE UM DUTO FLEXÍVEL	
NOME	FUNÇÃO BÁSICA
Carcaça Intertravada	Pressão Externa, Colapso, Compressão Mecânica Radial
Barreira de Pressão	Estanqueidade ao fluido interno
Armaduras de Pressão	Pressão Interna, Colapso, Compressão Mecânica Radial
Armaduras de Tração	Cargas axiais de tração
Capa Externa	Estanqueidade ao fluido externo.

A seguir, detalham-se as funções e principais características de cada camada.

### **II.1.1 – Carcaça Intertravada**

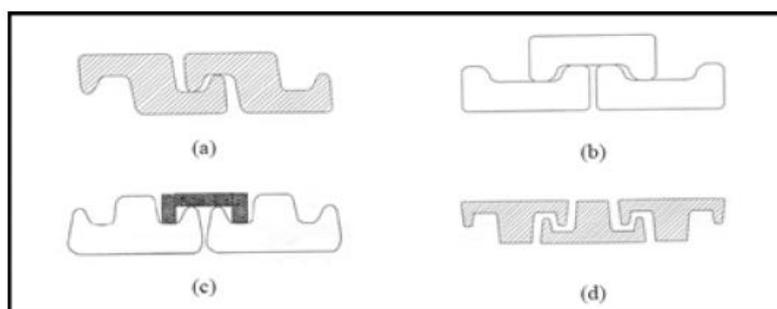
É normalmente a camada mais interna em duto flexível. Feita a partir de perfis planos que são conformados durante o processo fabril em hélice em torno de um mandril intertravando cada seção em conjunto, o que faz com que haja um aumento significativo da resistência ao colapso. Essa camada deve garantir resistência aos esforços causados pela pressão externa e ao esmagamento transmitido pelas armaduras de tração quando as mesmas são tracionadas.

### **II.1.2 – Barreira de Pressão**

Essa camada polimérica tem como principal função garantir a estanqueidade do duto flexível, ao permitir a passagem do fluido interno. É fabricada por meio de extrusão sobre a carcaça, sendo feita principalmente de HDPE (polietileno de alta densidade), PVDF (fluoreto de polivinilideno), PA11 (Nylon 11) ou PA12 (Nylon 12). A escolha do material depende diretamente das características químicas e físicas do fluido a ser escoado.

### II.1.3 – Armadura de Pressão

Camada metálica intertravada que tem por principal finalidade resistir à pressão exercida pelo fluido interno. Em conjunto com a carcaça contribui para evitar o colapso devido à pressão externa. A armadura de pressão apresenta aspecto construtivo próprio e designações proprietárias dos fabricantes: em geral é feita de uma fita de seção transversal em Z, enrolada helicoidalmente sobre a barreira de pressão com intertravamento das hélices, conforme o desenho esquemático da FIGURA 4.



**FIGURA 4: Tipos de perfis segundo API RP 17B  
(a) perfil Z, (b) perfil C, (c) e (d) perfil T [4]**

### II.1.4 – Armaduras de Tração

As armaduras de tração consistem em uma série de arames aplicados de forma helicoidal sobre o tubo, com ângulos de assentamento que variam usualmente entre  $30^\circ$  e  $55^\circ$  em relação ao eixo central do duto flexível, contra quase  $90^\circ$  no caso das outras camadas metálicas. O número de armaduras de tração aplicadas varia aos pares, pois cada uma destas camadas é aplicada em um sentido diferente de forma a balancear a estrutura, evitando-se a torção do tubo quando submetido às cargas trativas.

A principal função das armaduras de tração é resistir à tração e torção sem dificultar a flexão do duto. Quase a totalidade dos carregamentos de tração é sustentada por essa camada, enquanto sua contribuição na rigidez à flexão é pequena. As armaduras estão ancoradas diretamente nos conectores montados nas extremidades dos dutos. Dadas as elevadas tensões a que estarão sujeitas as armaduras de tração, função dos carregamentos aplicados aos dutos flexíveis, o material comumente usado é o aço carbono de alta resistência, com limites de ruptura variando entre 1100 MPa e 1500 MPa.

## **II.1.5 – Capa Externa**

Esta é a camada mais externa de um duto flexível, exceto em casos que apresentem a necessidade de isolamento térmico, é polimérica e fabricada por meio de extrusão. Ela é uma barreira contra danos mecânicos externos e contra a água do mar, impedindo que haja o alagamento da região anular (região compreendida entre a barreira de pressão e a capa externa). A capa externa recebe pigmentação especial de acordo com requisito de cliente, e essa coloração está diretamente relacionada com a proteção aos raios ultravioleta.

Os materiais utilizados na manufatura da capa externa são praticamente os mesmos empregados na barreira interna de pressão, com exceção do fluoreto de polivinilideno (PVDF). Como a capa externa é extrudada sobre as armaduras de pressão, esta também auxilia a manter arames da armadura de tração na posição correta.

## II.2 – Risers e Flowlines

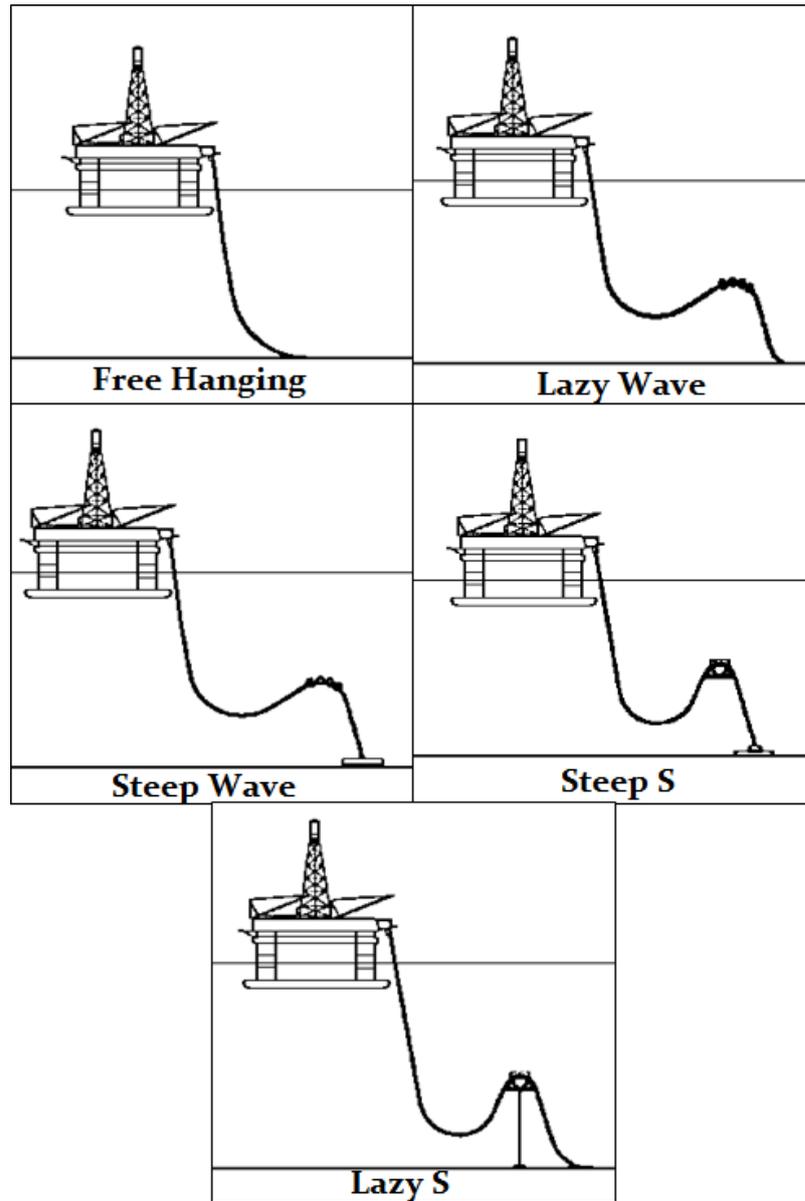
Dutos flexíveis de coleta são utilizados com o objetivo principal de interligação entre os poços petrolíferos e as unidades produtoras, promovendo o transporte de fluidos como óleo, fluidos de injeção, gás ou água. Possuem diferentes aplicações, podendo ser:

- Risers, quando em aplicações dinâmicas. Um riser é o duto flexível que conecta a unidade produtora até o solo marinho. Esse tipo de duto flexível necessita suportar cargas extremas impostas pelos movimentos relativos e condições ambientais;
- Flowlines, quando em aplicações estáticas. Flowlines são dutos flexíveis que funcionam repousados sobre o leito marinho, o que quer dizer que, exceto durante sua instalação, só experimentam cargas estáticas durante toda sua vida em serviço.

## II.3 – Principais Configurações de Instalação

As aplicações dinâmicas de linhas flexíveis ocorrem em diversos cenários. Em águas profundas pode-se ter uma configuração mais estável em catenária livre. Porém esse tipo de configuração, no qual a linha fica pendendo livremente a partir da plataforma até o leito marinho, apresenta cargas mais altas, e desta forma bóias podem vir a serem utilizadas para o alívio das cargas. Já em águas rasas, o maior problema é a movimentação do duto e da embarcação, sendo assim, os flutuadores são muitas vezes utilizados para amortecimento do movimento da embarcação para que o raio mínimo de curvamento do duto seja respeitado.

Para a diminuição dos efeitos causados pelos carregamentos aos quais os dutos estão expostos, são utilizadas configurações de instalação específicas para os risers, que vão desde a mais simples em catenária livre (free hanging) até configurações com instalação de bóias ou flutuadores nas seções intermediárias com o intuito de reduzir esforços na unidade de produção. Assim, o empuxo provocado por esses elementos alivia o peso suportado pelo sistema flutuante, e quando sob solicitações laterais, contribui com movimentos restauradores. A FIGURA 5 ilustra brevemente os principais arranjos de utilização.



**FIGURA 5: Principais arranjos submarinos[3]**

A seguir, algumas considerações a respeito das duas configurações de instalação mais empregadas serão feitas: em catenária livre e em lazy wave.

### **II.3.1 – Catenária Livre (Free Hanging)**

A FIGURA 5 mostra o aspecto esquemático da Catenária Livre. Apoiada no fundo do mar, esta é configuração interessante devido à sua simplicidade da forma. Isso se deve à baixa utilização de componentes limitadores de esforços, possibilitando a esta configuração baixo custo de material e instalação. Esta é o tipo de configuração mais empregado atualmente na costa brasileira.

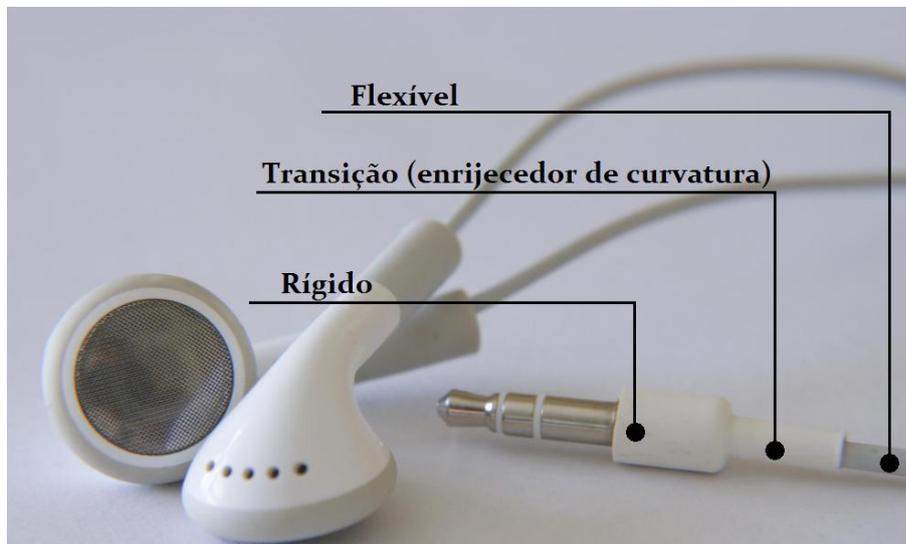
### **II.3.2 – Configuração Lazy Wave**

Esta configuração é alcançada com a utilização de elementos de flutuação (flutuadores) distribuídos em um trecho central, o que faz com que após o equilíbrio estático inicial, o sistema assuma uma forma ondulada e a seção inferior fique apoiada em catenária simples no fundo do mar. Dessa forma, divide-se o comprimento que ficaria suspenso (caso a configuração fosse em catenária livre) em duas partes, o que reduz de forma considerável os efeitos deletérios de tração e ângulo na conexão de topo.

Sua utilização tem sido cada vez mais frequente nos projetos da região do pré-sal, onde as profundidades chegam a dois quilômetros e meio. Nessas profundidades, a quantidade de riser suspenso amplifica de modo considerável a tração de topo, o que faz com haja a necessidade de estruturas sensivelmente mais robustas para suportar tais solicitações. A solução da configuração Lazy Wave diminui as cargas presentes na linha, apresentando uma solução viável do ponto de vista de custo e de projeto.

### Capítulo III – Enrijecedores de Curvatura

Bend Stiffeners, em inglês - como são normalmente referenciados - são estruturas projetadas para aumentar a rigidez à flexão de um elemento, e estão muito mais presentes em nossas vidas do que pode parecer à primeira vista. Sua aplicação varia enormemente, diversificando desde fones de ouvido, plugues de tomada até alguma aplicação mais crítica como é o caso dos dutos flexíveis para extração de petróleo. A FIGURA 6 ilustra o paralelo e oferece uma comparação útil do objeto do presente estudo. Deste modo, nos enrijecedores de curvatura utilizados na exploração petrolífera, temos o “bend stiffener” sendo a transição entre o elemento rígido (navio) e o flexível (duto).

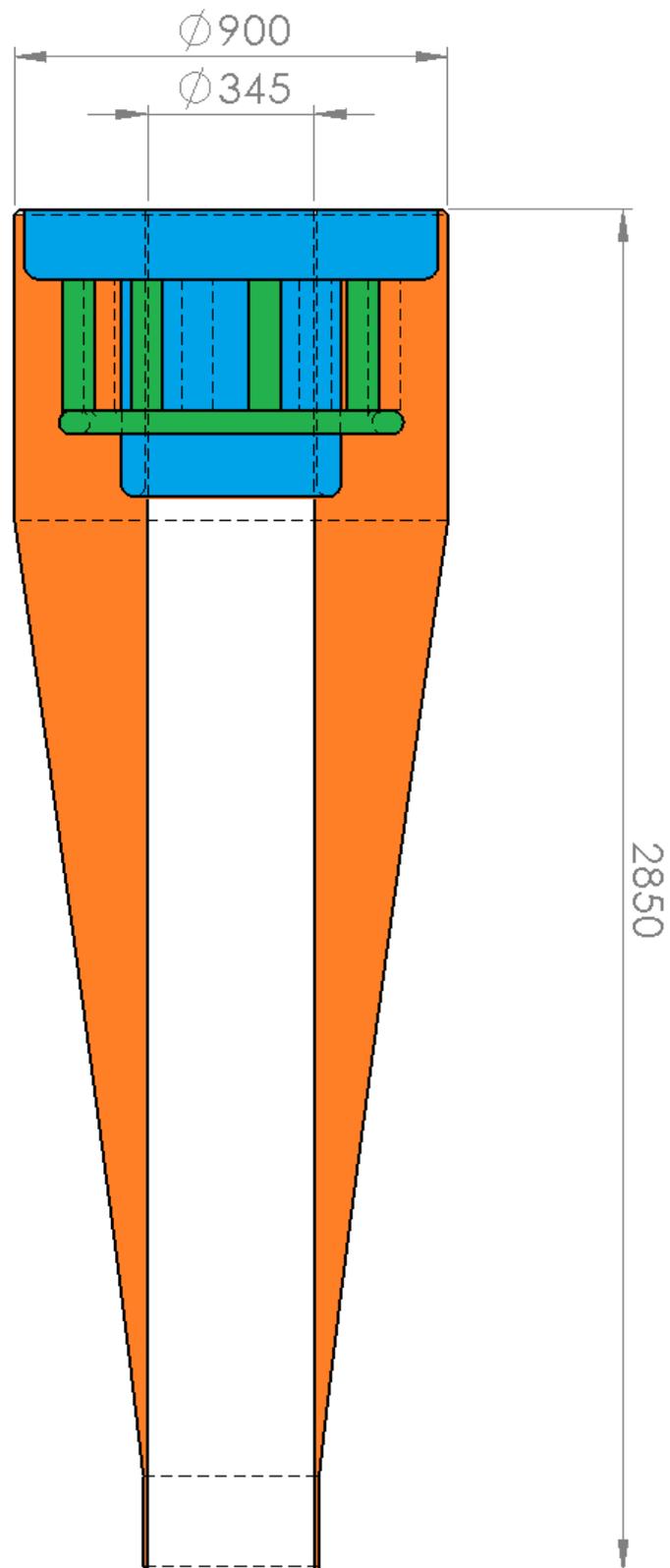


**FIGURA 6: Comparação com o cotidiano**

Na aplicação específica do arranjo submarino de extração de petróleo, existe a preocupação de que não haja uma seção com curvatura acentuada e tensões muito grandes, que seria a região mais fraca em uma linha flexível, cuja falha precoce inviabiliza o projeto funcional e financeiramente. Levando em conta o fato de que os dutos flexíveis apresentam uma vida em serviço que chega a até 30 anos, é possível perceber a importância do acessório em questão.

O enrijecedor de curvatura à rigidez flexional de dutos flexíveis funciona aliando sua geometria com propriedades do material do qual é feito. Em uma sucinta explicação, sua rigidez é aliada àquela do elemento que está sendo protegido e sua geometria alia partes cônicas e cilíndricas de seção transversal menor à medida que se avança em direção à parte livre do elemento flexível. Essas características proporcionam uma transição suave em termos de rigidez flexional, a partir do ponto de conexão. O enrijecedor opera fixado à unidade de produção em uma orientação vertical, com a mesma inclinação do duto flexível que passa por dentro do mesmo.

Algumas das características que definem a adequação de um “bend stiffener” para determinado uso serão examinados em detalhes: a sua geometria e os materiais que o constituem. A FIGURA 7 permite a visualização do objeto central deste trabalho, bem como suas dimensões gerais, em milímetros. Realçados se encontram os três componentes deste enrijecedor de curvatura:



**FIGURA 7: Diagrama de partes: Laranja – Corpo de poliuretano em (em corte)/Azul – Luva Metálica/Verde – Torus**

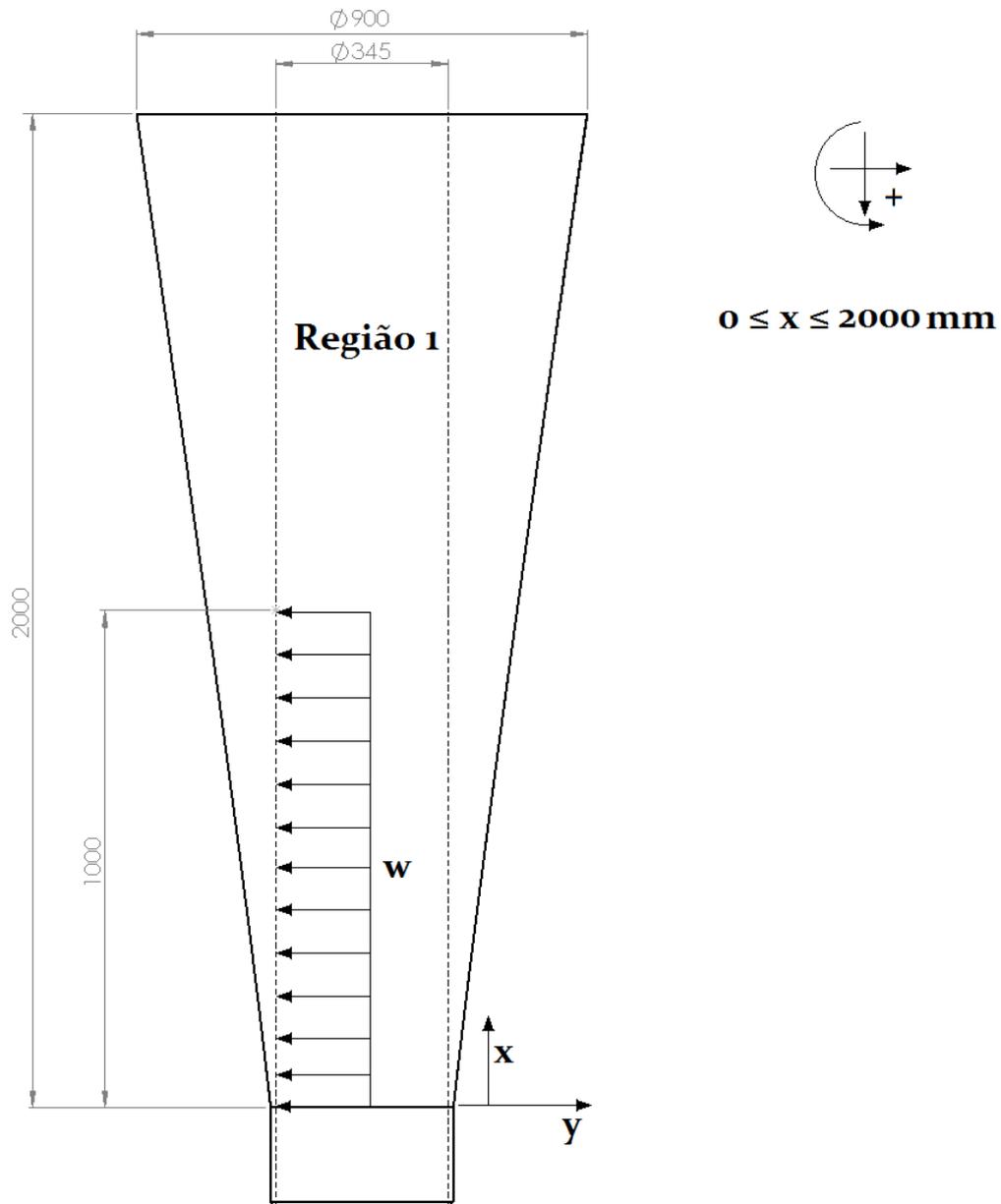
Estes componentes e suas geometrias específicas serão detalhados nos próximos capítulos, com o objetivo de estimar-se as tensões cada componente fica sujeito em uma condição de operação normal. Para tal, duas abordagens distintas serão utilizadas: uma abordagem analítica será apresentada, modelando todos os sistemas e utilizando hipóteses e formulações características de resistência dos materiais. Em uma segunda abordagem utilizando o método de elementos finitos, por meio do software comercial Ansys. Posteriormente serão feitas comparações entre as duas abordagens.

### **III.1 – Definição da Carga de Trabalho - Linha elástica:**

A análise descrita a seguir busca obter a carga de trabalho atuante no enrijecedor de curvatura. O duto suspenso chega a gerar cargas que superam facilmente a ordem de 2000 kN na conexão riser/plataforma, mas a estrutura responsável por suportar tamanho esforço não é o “bend stiffner”. Para obtenção de tal carga, o presente modelo utiliza uma angulação de topo de  $7^\circ$  (0,12 radianos). Essa angulação é tida como aceitável para um regime de trabalho constante, e deverá ser suficiente para uma avaliação confiável das tensões de trabalho do enrijecedor.

Com o objetivo de determinar a carga de trabalho, utiliza-se a equação da linha elástica para as seções que compõem o enrijecedor. Apesar de ser formado por três seções distintas, a extremidade mais fina não faz parte da análise, já que a mesma não possui função estrutural. A FIGURA 8 apresenta o diagrama de corpo livre da seção que é composta exclusivamente de poliuretano, com módulo de elasticidade de 140 MPa. A partir da extremidade superior do enrijecedor já se verifica a presença do corpo metálico, e por esse motivo a análise da seção polimérica é realizada somente a partir desse ponto, e aproxima-se a região superior como engastada.

A força gerada pela angulação do duto flexível que passa no interior do enrijecedor foi aproximada por uma carga distribuída em um comprimento igual a um metro a partir da extremidade inferior do corpo de poliuretano. Entre o riser e o “bend stiffener” há uma folga, portanto este fato indica que não é todo o comprimento do duto que fica em contato com a parede interna do enrijecedor. A escolha do comprimento de um metro foi arbitrária.



**FIGURA 8: Diagrama de corpo livre – Seção polimérica**

Ao deixar a plataforma para seguir em direção ao leito marinho, o duto flexível comumente apresenta um ângulo de topo, o que quer dizer que ele não opera exatamente na vertical, dado que a unidade flutuante de produção se encontra em uma posição central em relação a todos os poços explorados, e por conta disso raramente está exatamente sobre algum poço.

O ângulo de topo é de normalmente  $7^\circ$  para condições usuais de trabalho, o que representa 0,12 radianos.

Para a determinação da força distribuída  $w$  será usado o método da linha elástica. Este método consiste em uma integração dupla a partir da função do momento para que seja possível determinar a flecha e a ângulo apresentada em uma seção qualquer do corpo analisado.

Usando o método da linha elástica aliado com os 7° de angulação no topo, é possível determinação da referida carga de trabalho, como mostrado a seguir:

### III.1.1.1 – Equação base da linha elástica:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x) \quad [1]$$

- Na Região 1 ( $0 \leq x \leq 2$ ):

O primeiro passo é a determinação da fórmula do momento fletor em função da coordenada  $x$ .

Para que não seja necessária a divisão da equação do momento em duas, e a utilização de mais de um sistema de coordenadas, foi adotado o uso das funções de descontinuidade. Essas funções permitem descrever valores que só passam a ser válidos quando uma condição é satisfeita:

$$\langle x - a \rangle^n = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ (x - a)^n, & x > a \end{cases} \quad [1]$$

É possível a determinação da fórmula dos momentos em função da coordenada  $x$ .

$$M(x) = -\frac{w}{2} \langle x - 0 \rangle^2 - \frac{(-w)}{2} \langle x - 1 \rangle^2$$

$$M(x) = -\frac{w}{2} \cdot x^2 + \frac{w}{2} \langle x - 1 \rangle^2$$

É importante notar que o segundo termo  $\left(\frac{(-w)}{2} \langle x - 1 \rangle^2\right)$  foi utilizado para anular a carga distribuída na metade superior do tronco de cone ( $1 \leq x \leq 2$ ).

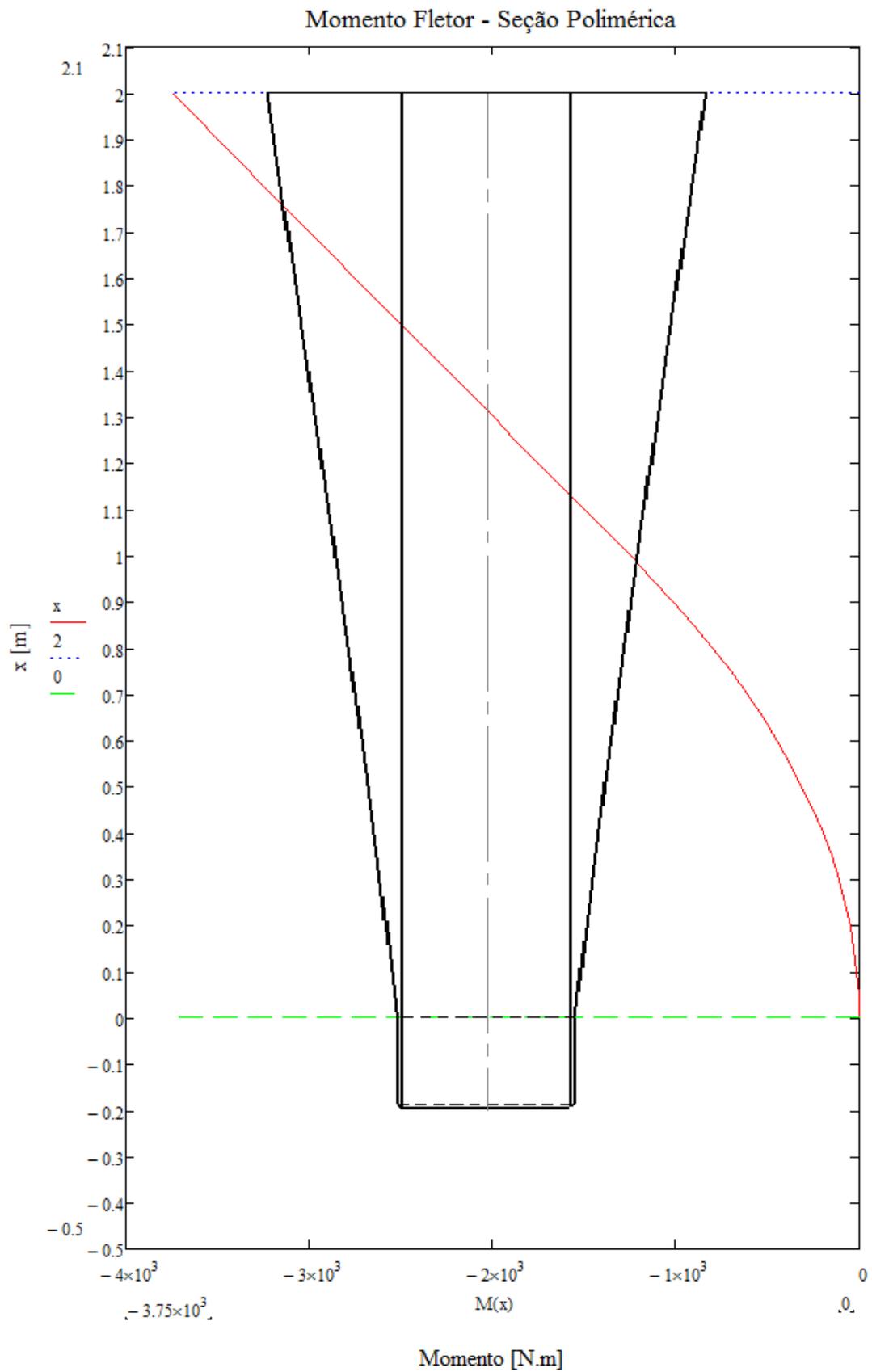
Aplica-se a fórmula do momento na equação básica da linha elástica e realiza-se a dupla integração:

$$EI_1(x) \frac{d^2 y_1}{dx_1^2} = -\frac{w}{2} \cdot x^2 + \frac{w}{2} \langle x - 1 \rangle^2$$

$$EI_1(x) \frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{w}{6} \cdot x^3 + \frac{w}{6} \langle x - 1 \rangle^3 + C_1$$

$$EI_1(x) y_1 = -\frac{w}{24} \cdot x^4 + \frac{w}{24} \langle x - 1 \rangle^4 + C_1 \cdot x + C_2$$

O gráfico ilustrado na FIGURA 9 demonstra o comportamento estimado dos momentos fletores atuantes ao longo de todo o comprimento do corpo de poliuretano:



**FIGURA 9: Gráfico do momento fletor – Seção polimérica**

Uma vez definida a equação precisamos encontrar, para esse caso específico, as constantes C1 e C2.

Para isso é preciso avaliar as condições de contorno da viga, isto é, o comportamento dos extremos, que são conhecidos, além da definição do momento de inércia de área  $I_1$ . Para tal, é preciso primeiro definir uma equação que represente o modo como o diâmetro externo varia, aqui chamado  $D_1(x)$ .

Cálculo de  $D_1(x)$ :

$$D_1(0) = 0,365 \text{ m}$$

$$D_1(2) = 0,900 \text{ m}$$

Como a região 1 é um tronco de cone, o seu diâmetro varia segundo uma linha reta, logo  $D(x)$  é uma função de primeiro grau, no formato:

$$D_1(x) = ax + b$$

Dessa forma, resta definir  $a$  e  $b$  utilizando os dois pontos conhecidos da reta:

$$\begin{cases} 0,365 = 0a + b \\ 0,900 = 2a + b \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações acima, encontra-se:

$$a = 0,2675 \text{ e } b = 0,365$$

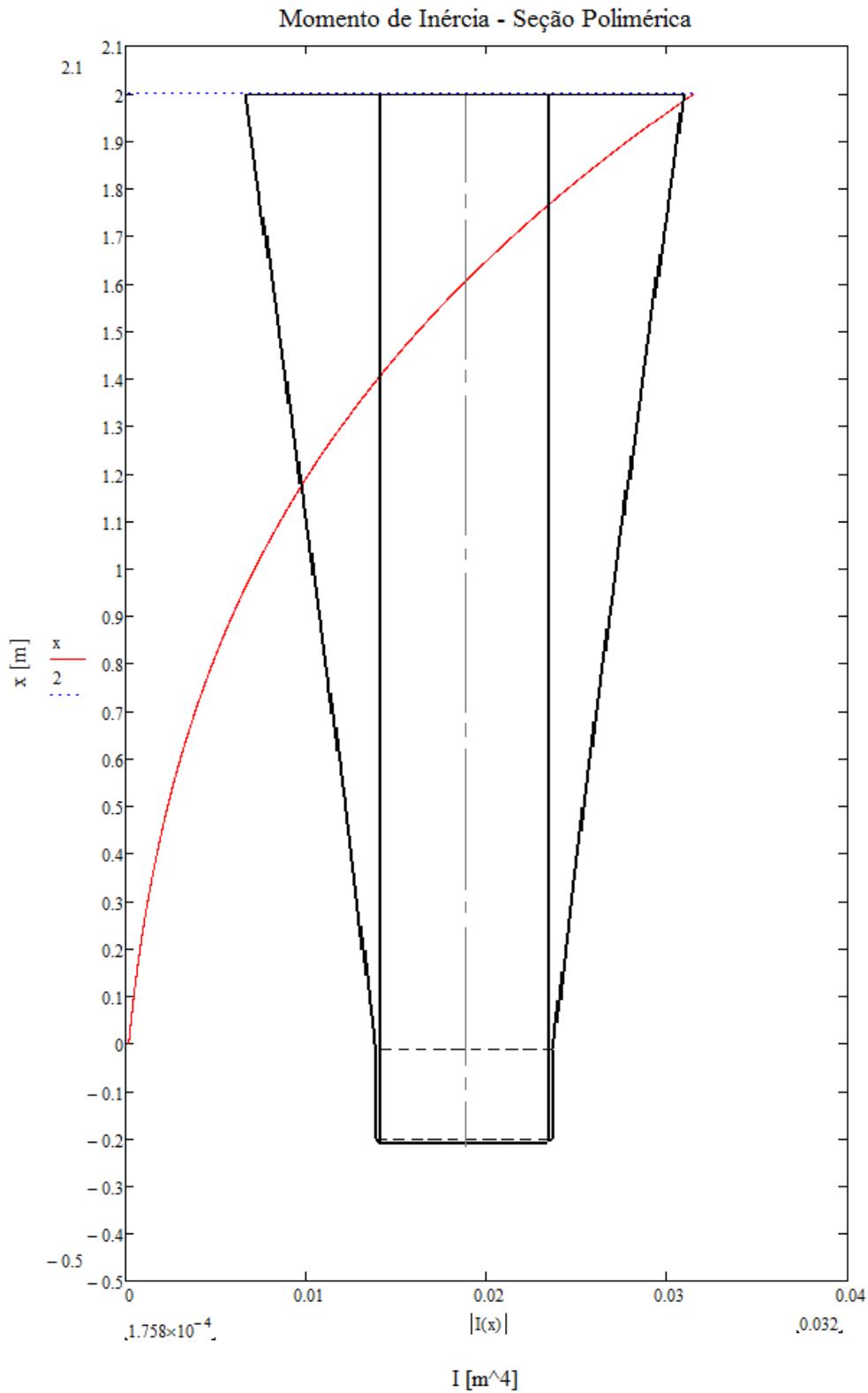
Então para  $0 \leq x \leq 2$ :

$$D_1(x) = 0,2675x + 0,365$$

Uma vez definida a função regente do diâmetro externo do tronco de cone, é possível escrever a fórmula do momento de inércia, este por sua vez também uma função de  $x$ :

$$I_1(x) = \frac{\pi (D_1(x)^4 - d^4)}{64}$$
$$I_1(x) = \frac{\pi ((0,2675x + 0,365)^4 - 0,345^4)}{64}$$

A FIGURA 10 ilustra graficamente como se compora o momento de inércia de área ao longo do comprimento do corpo de poliuretano.



**FIGURA 10: Gráfico do momento de inércia – Seção polimérica**

No engaste, a angulação  $\left(\frac{dy}{dx}\right)$  e a deflexão ( $y$ ) são nulas. Dessa forma:

Condição de contorno 1 – angulação no engaste:

$$\frac{dy_1}{dx_1} = 0 \text{ em } x = 2$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = 0 = \frac{-\frac{w}{6} \cdot x^3 + \frac{w}{6} (x-1)^3 + C_1}{EI_1(2)}$$

$$C_1 = w \left( \frac{2^3}{6} - \frac{1}{6} \right)$$

$$\boxed{C_1 = 1,167 w}$$

Condição de contorno 2 – deslocamento no engaste:

$$y_1 = 0 \text{ em } x = 2$$

$$y_1 = 0 = \frac{-\frac{w}{24} \cdot x^4 + \frac{w}{24} (x-1)^4 + C_1 \cdot x + C_2}{EI_1(2)}$$

$$C_2 = w \left[ \frac{2^4}{24} - \frac{1}{24} - 2 \left( \frac{2^3}{6} - \frac{1}{6} \right) \right]$$

$$\boxed{C_2 = -1,708 w}$$

### III.1.1.2 – Determinação da força distribuída ( $w$ )

É possível observar, portanto, que as constantes dependem de forma direta da carga distribuída, denominada  $w$ . Para a determinação desta carga distribuída, utilizaremos o ângulo de topo já discutido anteriormente.

Após a primeira integração, a equação da linha elástica na região 1 é a seguinte:

$$EI_1(x) \frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{w}{6} \cdot x^3 + \frac{w}{6} \langle x - 1 \rangle^3 + C_1$$

Onde a constante  $C_1$  pode ser escrita desta forma:

$$\boxed{C_1 = 1,167 w}$$

A parcela  $\frac{dy_1}{dx_1}$  representa a forma como o deslocamento horizontal ( $y$ , neste caso) varia à medida que se varia o afastamento vertical ( $x$ ), ou seja, representa a angulação. O objetivo é definir qual força seria capaz de produzir, na extremidade inferior do enrijecedor de curvatura, uma angulação de  $7^\circ$ , ou seja,  $0,12$  radianos. Substituindo na equação do ângulo  $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ , temos uma forma direta de calcular que força realizaria tal angulação.

$$w = \frac{E \cdot I_1(0) \cdot 0,12}{1,167}$$

$$\boxed{w = 2,5 \text{ kN/m}}$$

Com as constantes definidas, podemos então reescrever a equação da linha elástica da seguinte forma:

- Para  $0 \leq x \leq 2$ :

$$y_1(x) = \frac{-\frac{w}{24} \cdot x^4 + \frac{w}{24} \langle x - 1 \rangle^4 + 1,167 w \cdot x - 1,708 w}{EI_1(x)}$$

É possível então, após a substituição dos valores encontrados e definidos anteriormente, avaliar a deflexão imposta em cada uma das regiões da seção de poliuretano.

Para tanto, utilizou-se o software Mathcad, para plotar as duas funções ponto a ponto. A FIGURA 11 apresenta os resultados obtidos, bem como o enrijecedor, para efeitos de comparação.

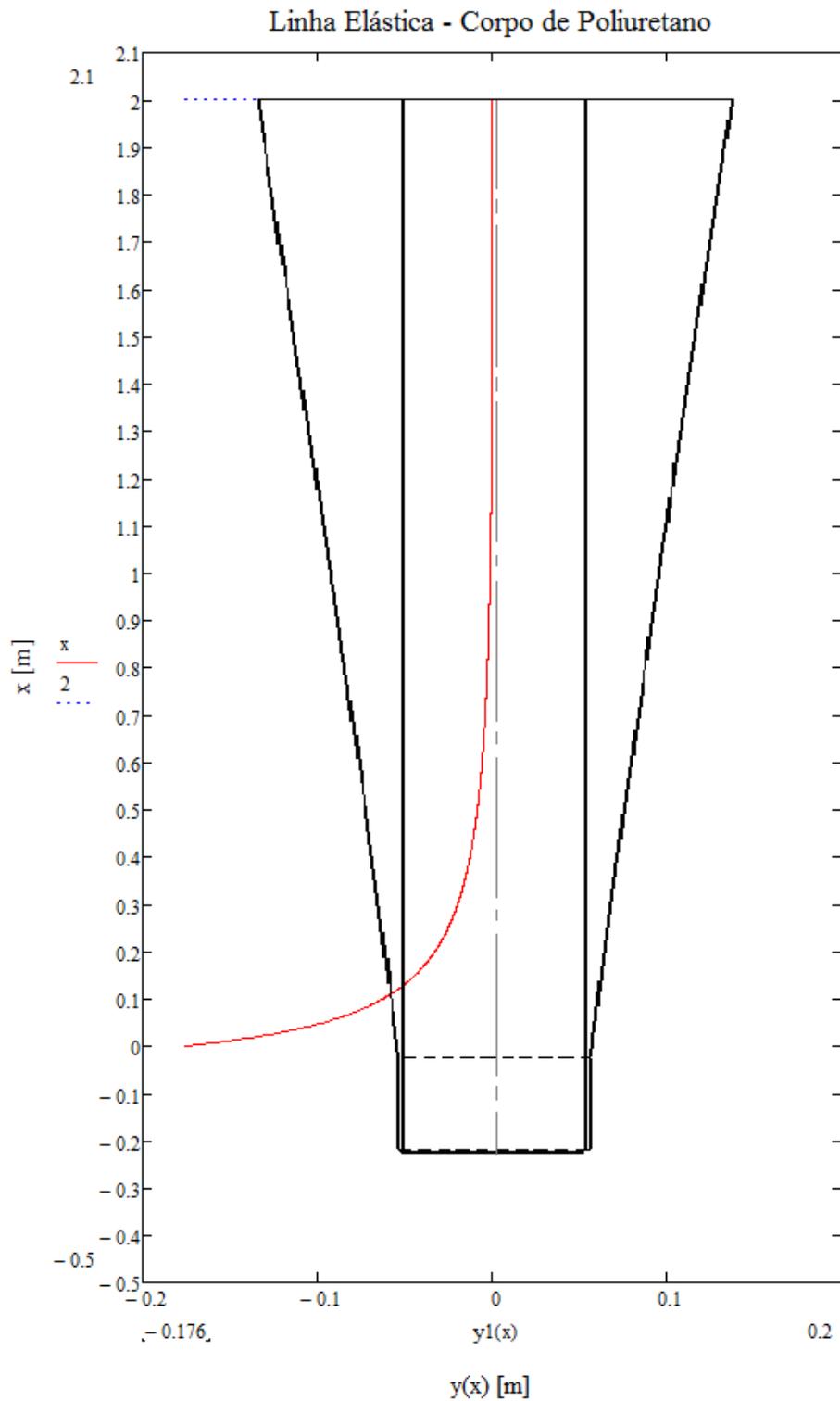


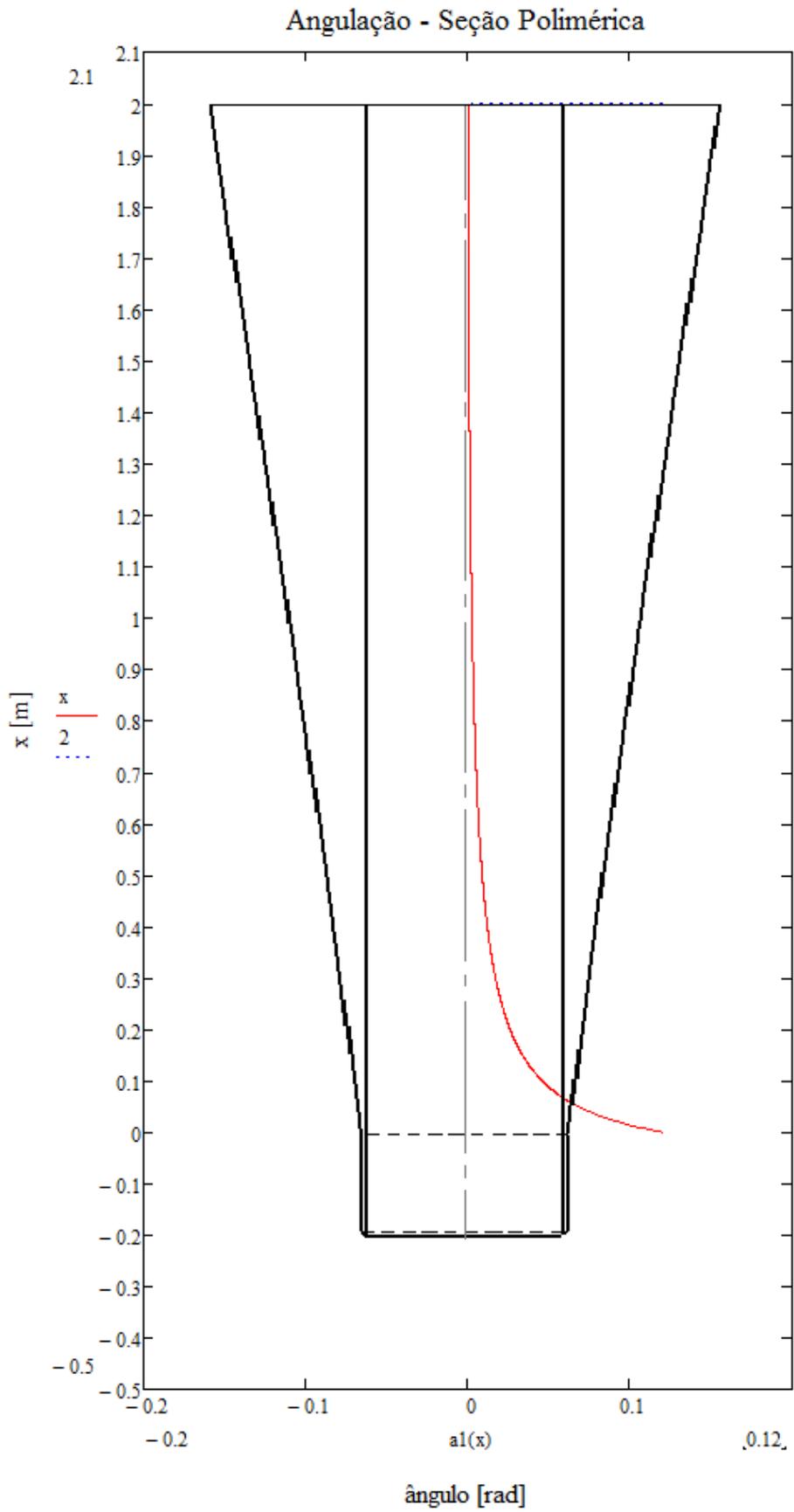
FIGURA 11: Gráfico da deflexão do poliuretano

Pela FIGURA 11, é possível notar que o valor máximo da coordenada  $y$  se dá na extremidade inferior de aplicação da força, e que a evolução do deslocamento se torna perceptivelmente mais íngreme à medida que se avança em direção a essa extremidade, apesar de haver um deslocamento ínfimo em cerca de 70 a 80% do corpo de poliuretano. A carga distribuída aliada à geometria do enrijecedor gera um deslocamento de 176 mm na ponta do mesmo.

Este comportamento acontece por conta da geometria do enrijecedor de curvatura, que reduz sensivelmente a área da seção transversal resistente à medida que se aproxima da extremidade livre.

A FIGURA 12 demonstra o comportamento do módulo do ângulo formado com a vertical (em radianos) em relação à coordenada  $x$ . Nela, é possível observar que o comportamento da angulação se assemelha àquele do deslocamento, se tornando mais perceptível somente próximo à extremidade livre.

Apesar de à primeira vista os dois gráficos parecerem discordantes, cabe aqui ressaltar que, apesar de um se apresentar com a orientação voltada à esquerda e o segundo à direita, o primeiro dos dois representa efetivamente (com alguma ampliação do efeito) o comportamento esperado para a viga devido ao carregamento utilizado. O gráfico referente à angulação, por sua vez, apresenta o comportamento do ângulo em relação à vertical demonstrado. Dessa forma, seu comportamento é coerente, visto que um deslocamento maior (queira seja para um lado ou para o outro) representa por sua vez uma angulação maior.



**FIGURA 12: Gráfico do ângulo do poliuretano**

## Capítulo IV – Abordagem Analítica

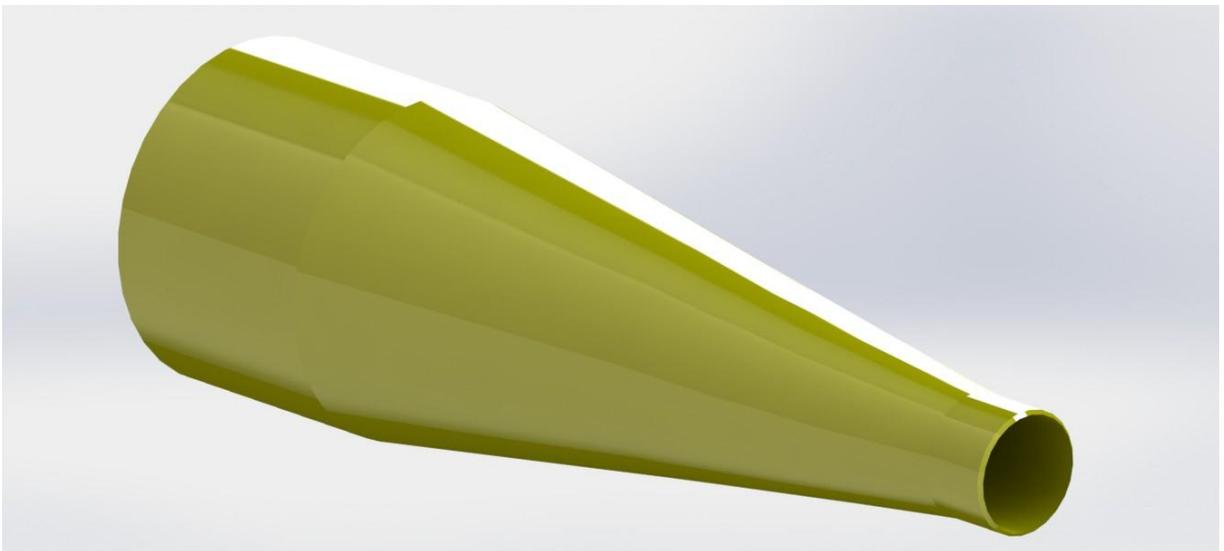
### IV.1 – Corpo de Poliuretano

Polímeros são estruturas químicas formadas a partir de grandes moléculas, chamadas de macromoléculas, estas por sua vez sendo uma extensa combinação de unidades básicas denominadas meros (em grego, “poli” significa “muitos” e “meros”, “unidades”). Sua cadeia apresenta ligações covalentes repetidas regularmente, onde o número de meros presentes na cadeia é intitulado grau de polimerização. É comumente aceito o fato de que o grau de polimerização do material está diretamente relacionado com as propriedades mecânicas por ele apresentado, sendo um grau maior o mais preferível. O tipo de polímero utilizado na composição de enrijecedores de curvatura para dutos flexíveis é o poliuretano, um tipo de elastômero. Os elastômeros são materiais que suportam grandes deformações antes da sua ruptura, e por esse motivo sua aplicação nos enrijecedores de curvatura é bastante empregada.

A API 17 J, norma internacional e referência no que diz respeito ao projeto e fabricação de dutos flexíveis, apresenta inúmeras considerações a respeito de dutos flexíveis unbonded (sem aderência entre as camadas). Esse tipo de duto será o adotado como padrão para este trabalho. A norma define alguns critérios de projeto específicos para enrijecedores à flexão, tais como resistência à tração, alongamento na ruptura, valor de rasgamento, massa específica, entre outros. Além disso, a referência cita também que os seguintes fatores devem ser considerados na avaliação do poliuretano empregado em “bend stiffeners” [4]:

- Resistência à água do mar e à hidrólise;
- Exposição a produtos químicos;
- Exposição à radiação ultravioleta;
- Resistência à temperatura máxima esperada;
- Fluência e relaxação de tensões;

Os enrijecedores de curvatura à flexão aqui analisados são formados basicamente por duas partes distintas unidas, como descrito anteriormente. Uma delas é a parte polimérica feita normalmente de poliuretano e que dá o formato e preenche o corpo do bend stiffener. Essa parte pode ser vista na FIGURA 13 e é o principal ator no que diz respeito à mudança suave de momento de inércia de área entre o conector que liga o duto à plataforma (end fitting) e o duto flexível propriamente dito. O tipo de poliuretano do qual essa porção é fabricada varia de acordo com as necessidades de aplicação específica em questão, portanto valores genéricos serão adotados no presente projeto. O módulo de elasticidade utilizado neste projeto é 140 Mpa[8].



**FIGURA 13: Corpo de poliuretano do enrijecedor de curvatura.**

#### IV.1.1 – Proposta de Análise – Corpo de poliuretano

Após a definição da carga de trabalho, pode-se averiguar qual o teor das tensões que a mesma gera no corpo de poliuretano e, posteriormente, nos outros componentes do enrijecedor de curvatura. Para o corpo de poliuretano, as mesmas premissas adotadas na estimativa da carga de trabalho ainda se mantêm: a carga aplicada de uma maneira uniformemente variada a partir da extremidade do tronco de cone por um comprimento de um metro. A FIGURA 14 apresenta novamente o diagrama de corpo livre da seção de poliuretano:

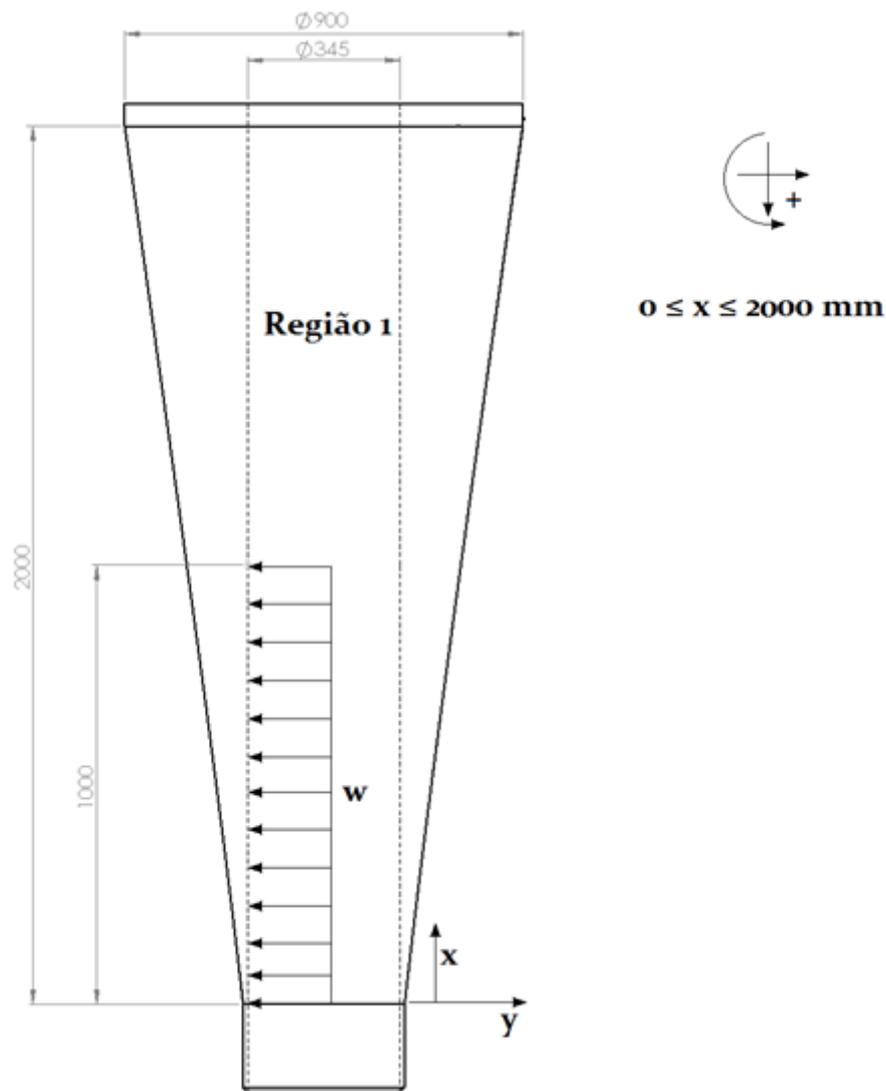


FIGURA 14: DCL parte polimérica

Onde, como convencionado seção III.1 –  $w = 2,5 \text{ kN/m}$ .

#### IV.1.1.1 – Tensão Fletora Máxima:

Para estimar os efeitos das cargas no corpo, é necessário avaliá-las sob a forma de tensões. A seção polimérica do enrijecedor enquadra-se na condição de viga. Por conta dessa condição, as tensões decorrentes de forças cortantes foram desconsideradas, pois seriam inexpressivas.

Assim, resta calcular a tensão máxima na direção axial, que é composta pela máxima tensão causada pelo momento fletor, esta por sua vez uma decorrência da aplicação da carga distribuída. A tensão fletora máxima é dada pela fórmula:

$$\sigma_{flex\acute{m}ax} = \frac{M(x) \cdot \left(\frac{D(x)}{2}\right)}{I(x)} \quad [1]$$

Aplica-se então a análise da fórmula da tensão devido a momento fletor à região 1 da seção polimérica:

Devido ao fato da seção transversal da região não ser constante, a definição do ponto exato onde a tensão será máxima não é trivial. À medida que se afasta da extremidade onde  $x$  vale zero, o momento  $M(x)$  varia também.

A equação do momento fletor interno para a região 1, já definida anteriormente, é:

$$M_1(x) = -\frac{w}{2} \cdot x^2 + \frac{w}{2} (x - 1)^2$$

Posto que as três funções que compõem a fórmula da tensão fletora se encontram definidas, é possível substituí-las, reescrevendo a fórmula como:

$$\sigma_{flex1} = \frac{M(x) \cdot \left(\frac{D_1(x)}{2}\right)}{I_1(x)}$$

$$\sigma_{flex1} = \frac{\left(-\frac{w}{2} \cdot x^2 + \frac{w}{2} (x-1)^2\right) \cdot \left(\frac{0,2675x + 0,365}{2}\right)}{\frac{\pi \left((0,2675x + 0,365)^4 - 0,345^4\right)}{64}}$$

Definidas as equações das tensões fletoras nas duas regiões que compõem o corpo de poliuretano do enrijecedor de curvatura, cabe agora a definição de uma fórmula geral da tensão, descrita por:

$$\sigma_{flex}(x) = \frac{M_1(x) \cdot \left(\frac{D_1(x)}{2}\right)}{I_1(x)}$$

Nota-se então que na equação da tensão devido a momento fletor para a região 1 não existe nenhum membro que seja constante ao longo do comprimento. Para que seja possível estimar com precisão qual será a tensão máxima obtida a partir desta análise, o software Mathcad foi utilizado para plotagem do gráfico da tensão e obtenção dos valores máximos, como pode ser visto na FIGURA 15.

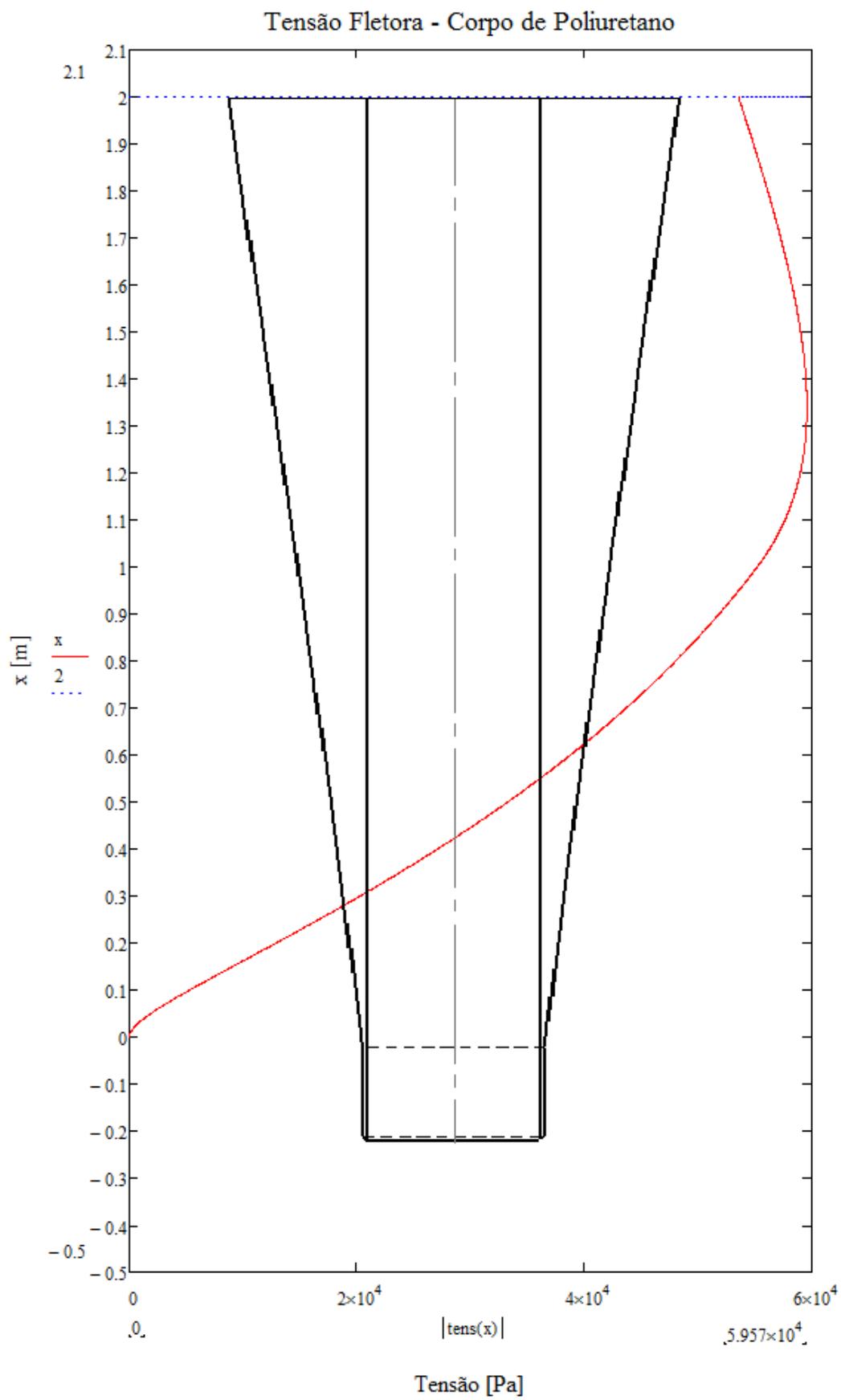


FIGURA 15: Gráfico das tensões no poliuretano

Com o auxílio do software, é possível apontar com precisão o afastamento que gera a tensão fletora máxima:

$$x = 1,33 \rightarrow \sigma_{flex1_{max}} = 57,57 \text{ kPa}$$

## IV.2 – Componentes Metálicos

A parte metálica presente em um enrijecedor de curvatura é dividida em dois principais componentes, cada qual com sua função específica.

A luva metálica é a responsável por acondicionar a passagem do duto flexível por dentro de si e promover a maior parte da sustentação estrutural do enrijecedor como um todo. Além a luva, existe um segundo componente com uma geometria em forma de anel com diversos suportes cilíndricos. A este dá-se o nome de torus, e sua geometria se justifica por conta da sua função, que é a de promover e manter a aderência entre as partes metálica e polimérica, além de contribuir com o aumento da resistência do conjunto como um todo.

O torus se liga à luva interna por meio de prolongamentos rosqueados no fim dos seus cilindros de suporte. Em adição a isso, solda-se os dois componentes para promover uma união ainda mais segura. A luva metálica que compõe um enrijecedor de curvatura é normalmente fabricado de aço estrutural comum, como o ASTM A-36, que apresenta uma tensão de escoamento da ordem de 250 MPa. Já o torus é usualmente fabricado de um material mais resistente, como o Inconel, que é uma superliga de cromo e níquel.

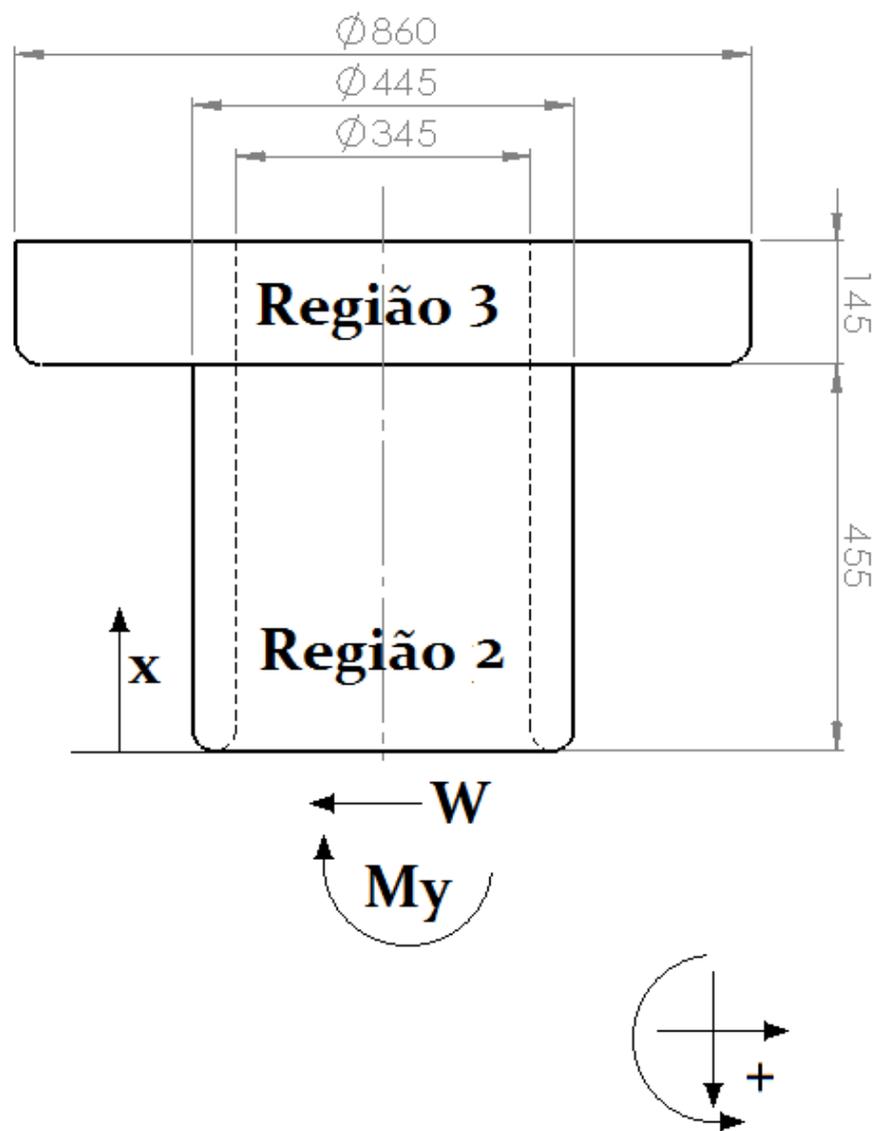
A FIGURA 16 apresenta uma ilustração da aparência final da parte metálica, indicando os dois componentes que a formam.



**FIGURA 16: Parte metálica de um enrijecedor de curvatura.**

#### **IV.2.1 – Proposta de Análise – Luva**

O segundo componente de um enrijecedor de curvatura à flexão ao qual será dirigida a atenção do presente trabalho é a luva metálica. Todos os cálculos e hipóteses assumidas para a estimativa da tensão que tal componente experimenta serão apresentados a seguir. A FIGURA 17 ilustra o diagrama de corpo livre da luva metálica, explicado em detalhes adiante. A extremidade superior deste componente é flangeado ao conector, este fixo à unidade flutuante de produção de petróleo. Para todos os efeitos, essa extremidade é considerada engastada.



**FIGURA 17: Diagrama de corpo livre – Luva metálica.**

Primeiramente, é necessário definir-se uma forma de representar a transferência até a luva metálica dos efeitos da carga distribuída, exercida pelo duto flexível no poliuretano. Para isso, a carga distribuída foi primeiramente aproximada a uma carga pontual.

$$w = 2,5 \text{ [kN/m]}$$

$$W = w * 1m$$

$$\boxed{W = 2,5 \text{ kN}}$$

A carga  $W$  foi, por sua vez, transferida para a extremidade inferior da luva metálica. Porém, ao transferir o ponto de aplicação de uma força, é necessário acrescentar os efeitos dessa transferência, neste caso um momento.

O momento ( $M_y$ ) se trata do resultado da mudança do ponto de aplicação da força, para que as mesmas atuem no elemento metálico somente. A cota 1,55 em  $M_y$  é referente à distancia entre os dois pontos de aplicação.

$$M_y = 1,55 W \text{ [N.m]}$$

Para a definição do momento fletor atuante, é necessário que todas as contribuições sejam levadas em consideração:

$$M(x) = -W \cdot x - M_y$$

$$M(x) = -W(x + 1,55) \text{ [N.m]}$$

#### IV.2.1.1 – Tensão Fletora Máxima:

$$\sigma_{flex} = \frac{M(x) \cdot \left(\frac{D}{2}\right)}{I} [MPa]$$

Novamente, devido ao momento de inércia de área se apresentar constante em cada uma das duas regiões, verifica-se que a tensão máxima de flexão se dá no ponto onde o momento fletor é máximo, em cada uma das regiões. Isso acontece naturalmente no ponto mais afastado da aplicação da força que gera este momento.

- Região 2:

$$I_2 = \frac{\pi (D_2^4 - d^4)}{64} [1]$$

$$I_2 = \frac{\pi (0,445^4 - 0,345^4)}{64}$$

$$\boxed{I_2 = 1,23 \times 10^{-3} \text{ m}^4}$$

Como apresentado anteriormente, a tensão fletora máxima acontece na cota mais afastada do ponto de aplicação da força, neste caso em  $x = 0,445 \text{ m}$ .

$$\sigma_{flex 2_{max}} = \frac{M(0,455) \cdot \left(\frac{D_2}{2}\right)}{I_2}$$

$$\sigma_{flex 2_{max}} = \frac{(-W(0,455 + 1,55)) \left(\frac{D_2}{2}\right)}{1,23 \times 10^{-3}}$$

$$\boxed{\sigma_{flex 2_{max}} = -744 \text{ kPa}}$$

- Região 3:

$$I_3 = \frac{\pi (D_3^4 - d^4)}{64}$$

$$I_3 = \frac{\pi (0,86^4 - 0,345^4)}{64}$$

$$\boxed{I_3 = 26,16 \times 10^{-3} \text{ m}^4}$$

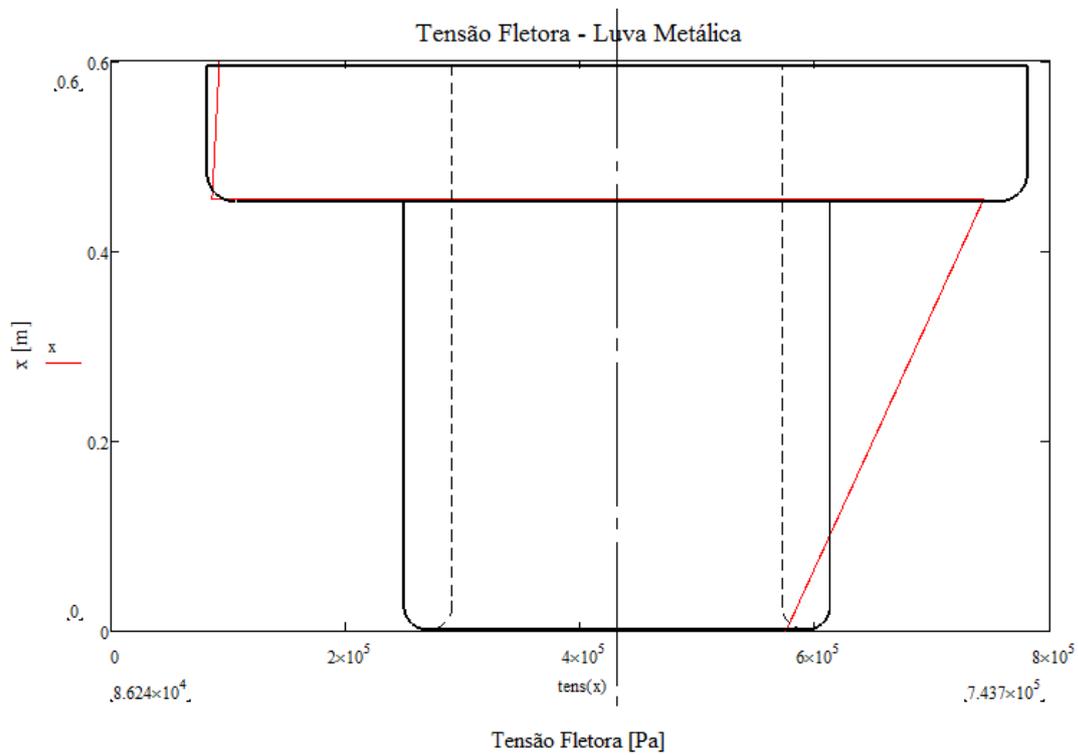
A tensão fletora máxima acontece na cota mais afastada do ponto de aplicação da força, e na região 3 isso acontece em  $x = 0,6 \text{ m}$ .

$$\sigma_{flex\ 3_{max}} = \frac{M(0,6) \left(\frac{D_3}{2}\right)}{I_3}$$

$$\sigma_{flex\ 3_{max}} = \frac{(-W(0,6 + 1,55)) \left(\frac{D_3}{2}\right)}{26,16 \times 10^{-3}}$$

$$\boxed{\sigma_{flex\ 3_{max}} = -92,47 \text{ kPa}}$$

É possível notar que, mesmo com um momento fletor maior na região 3 do que na região 2, a tensão da terceira região apresentou um valor expressivamente maior, devido à diferença apreciável dos momentos de inércia de área. A FIGURA 18 demonstra os valores de tensão ao longo da luva metálica. Fica claro também o salto que ocorre em decorrência da mudança de região.



**FIGURA 18: Gráfico de tensões na luva metálica.**

#### IV.2.1.2 – Tensão Cisalhante Máxima:

Como a luva metálica não atende a condição de viga longa, as tensões que ocorrem por causa das forças cortantes devem ser consideradas. A tensão Cisalhante é dada pela fórmula:

$$\tau = \frac{VQ}{It} \quad [1]$$

Onde:

$$Q = \int ydA$$

O parâmetro  $I$  foi quantificado anteriormente para o cálculo da tensão fletora máxima, já os parâmetros  $Q$  e  $t$  também são determinados em função da geometria da luva, como mostrado na FIGURA 19 e nos cálculos apresentados a seguir:

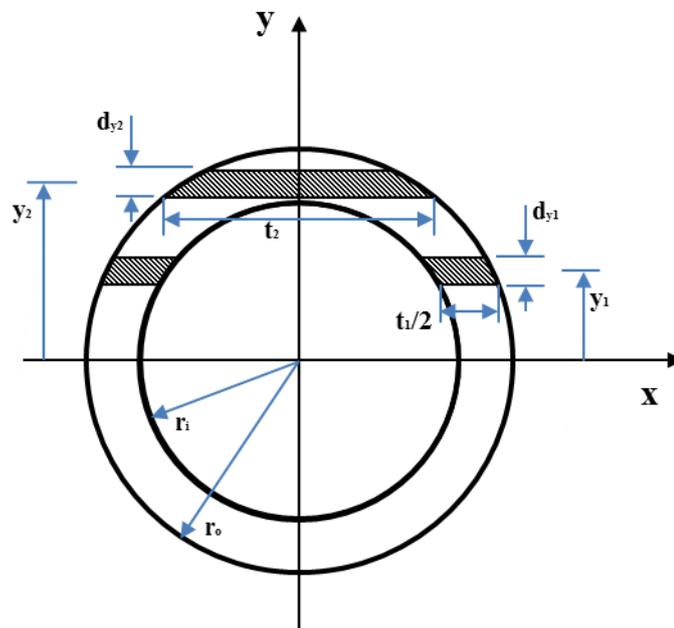


FIGURA 19: Arranjo esquemático para cálculo das tensões cisalhantes.

Da FIGURA 19 deduz-se:

$$\frac{t_1}{2} = (x_1 - x_2)$$

$$t_1 = 2(x_1 - x_2)$$

$$t_2 = 2x_2$$

Utilizando a equação do círculo,  $x = \sqrt{r^2 - y^2}$ , e substituindo nas equações de  $t_1$  e  $t_2$ :

$$t_1 = 2\left(\sqrt{r_o^2 - y^2} - \sqrt{r_i^2 - y^2}\right)$$

$$t_2 = 2\sqrt{r_o^2 - y^2}$$

Interpretando a FIGURA 19 é possível reescrever:

$$dA = t dy$$

Aplicando os valores encontrados de  $t_1$  e  $t_2$  à equação de  $Q$ :

$$Q = \int_y^{r_i} y t_1 dy + \int_{r_i}^{r_o} y t_2 dy$$

$$Q = \int_y^{r_i} y t_1 dy + \int_{r_i}^{r_o} y t_2 dy$$

$$Q = \frac{2}{3} \left\{ \left[ -(r_o^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} + (r_i^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} \right] \Big|_y^{r_i} + \left[ -(r_o^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} \right] \Big|_{r_i}^{r_o} \right\}$$

$$Q = \frac{2}{3} \left[ (r_o^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} - (r_i^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} \right]$$

Trabalhando a equação, aliando a mesma à geometria de um cilindro vazado de diâmetros externo e interno  $D = 2r_o$  e  $d = 2r_i$  respectivamente, obtém-se a fórmula para a tensão cisalhante máxima:

$$\tau_{max} = \frac{4w}{3\pi} \left( \frac{4(D^2 + Dd + d^2)}{D^4 - d^4} \right)$$

Região 2:

$$\tau_{max} = \frac{4w}{3\pi} \left( \frac{4(D_2^2 + D_2d + d^2)}{D_2^4 - d^4} \right)$$

$$\boxed{\tau_{max2} = 448,1 \text{ kPa}}$$

Região 3:

$$\tau_{max} = \frac{4w}{3\pi} \left( \frac{4(D_3^2 + D_3d + d^2)}{D_3^4 - d^4} \right)$$

$$\boxed{\tau_{max3} = 8,2 \text{ KPa}}$$

### IV.2.1.3 – Tensão Equivalente

Neste ponto, foram estimadas duas tensões de naturezas diferentes atuando no mesmo componente do enrijecedor de curvatura: uma tensão fletora decorrente de momentos fletores e uma tensão cisalhante gerada por conta de forças cortantes. Para tornar mais claro o entendimento destes efeitos, será proposta a substituição destas por uma tensão equivalente, que seja capaz de sintetizar os efeitos de todas as tensões atuantes em cada região do corpo.

A tensão de Von Mises é amplamente usada nos mais projetos de engenharia, principalmente com o objetivo de aferir-se um critério da falha, ao compará-la com a tensão admissível de projeto. No caso aqui exposto, a tensão de Von Mises será usada com o propósito de estimativa de uma tensão equivalente apenas. Sua fórmula é definida por:

$$\sigma_{von\ Mises} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau_{max}^2} \quad [1]$$

Neste ponto é importante ressaltar que a tensão de Von Mises se enquadra em uma condição bastante conservativa: as tensões cisalhantes máximas e as tensões fletoras máximas ocorrem em pontos distintos da seção crítica. Dessa forma, não há um ponto singular da seção crítica que apresente exatamente esses valores dessas tensões, o que torna a análise mais conservadora.

Região 2:

$$\sigma_{2\ eq} = \sqrt{\sigma_{3\ max}^2 + 3\tau_{3\ max}^2}$$

$$\sigma_{2\ eq} = \sqrt{714,3^2 + 3 \cdot 430,2^2}$$

$$\boxed{\sigma_{2\ eq} = 1075\ kPa}$$

Região 3:

$$\sigma_{3\ eq} = \sqrt{\sigma_{3\ max}^2 + 3\tau_{3\ max}^2}$$

$$\sigma_{3\ eq} = \sqrt{88,78^2 + 3 \cdot 7,87^2}$$

$$\boxed{\sigma_{3\ eq} = 93,56\ kPa}$$

## IV.2.2 – Proposta de Análise – Torus

Para a análise da parte restante da porção metálica de um enrijecedor de curvatura à flexão foram utilizados conceitos simples de resistência dos materiais, muitos dos quais já apresentados anteriormente. Para o cálculo das tensões atuantes no torus em decorrência do contato do duto no interior do “bend stiffener”, foi adotada a hipótese de que as mesmas são oriundas do momento gerado pela rotação do poliuretano, portanto só geram tensões axiais.

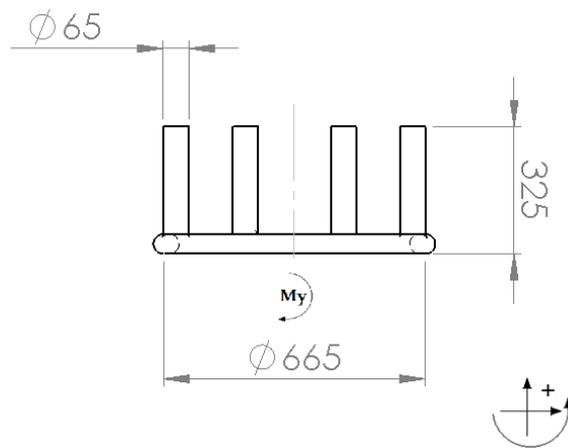
Por conta da sua construção, o torus só está em contato com o restante do corpo metálico por meio da fixação das suas hastes verticais. Seu propósito é promover o contato e a aderência entre os dois materiais: metal e polímero. Dessa forma, pelo fato de estar imerso no corpo de poliuretano, uma hipótese diferente daquela considerada para a luva teve de ser adotada.

Sua geometria, embora descrita anteriormente, é apresentada novamente na FIGURA 20, onde é possível notar que existem oito hastes verticais igualmente distribuídas em uma circunferência suportando um anel superior.



FIGURA 20: Modelo – Torus.

A FIGURA 21 apresenta o diagrama de corpo livre considerado, e os cálculos e suposições estão demonstradas em seguida. É válido lembrar que a extremidade superior do torus é considerada engastada, por conta da sua fixação na luva metálica, enquanto o anel inferior foi suposto um corpo rígido, com o objetivo de simplificar a transmissão da momento decorrente da flexão do poliuretano para a peça aqui analisado.



**FIGURA 21: Diagrama de corpo livre – Torus.**

O momento ( $M_y$ ) aplicado sobre o anel torus se trata do resultado da transferência dos esforços, por meio do corpo polimérico, até o componente metálico em questão. O processo de obtenção da fórmula de  $M_y$  começou substituindo-se a carga distribuída  $w$ , aplicada na face interna do enrijecedor, por uma carga concentrada  $W$ , esta aplicada no centróide da área de aplicação, neste caso em 0,5 m a partir da extremidade inferior do tronco de cone.

$$w = -2,5 \left[ \frac{kN}{m} \right]$$

$$W = w \cdot 1m$$

$$W = -2,5 \left[ kN \right]$$

O próximo passo é calcular qual o momento fletor atua internamente no torus. Portanto, é necessário determinar qual a distância do ponto de aplicação da carga  $W$  até o torus. A partir da cota de 0,5 m existem 1,55 m até a extremidade inferior da luva metálica. Deste ponto até o anel do torus há ainda 0,13 m.

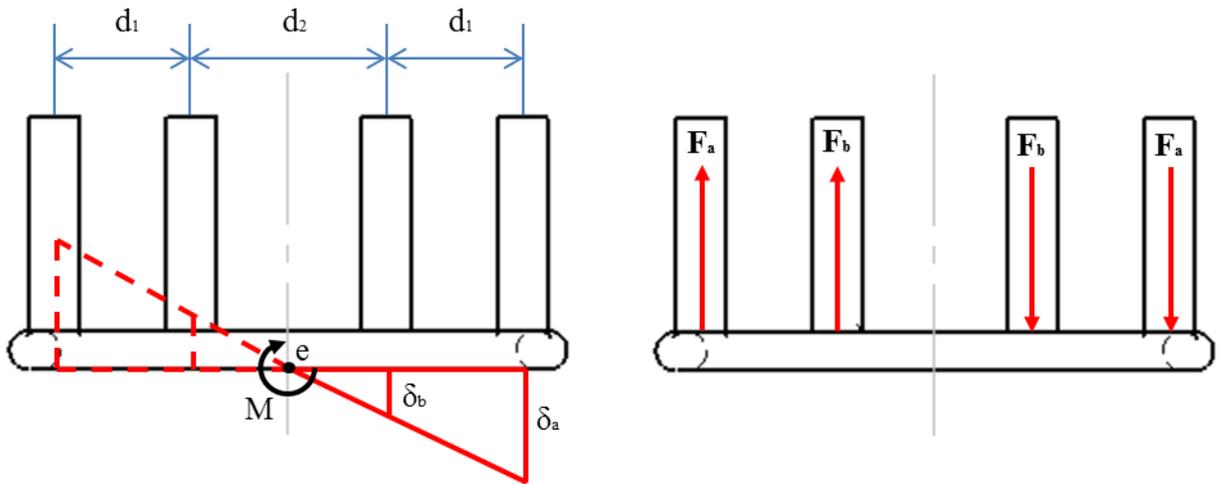
$$M_y = w(1,55 + 0,13) \left[ N \cdot m \right]$$

$$M_y = 1,68 w = -4,2 \left[ kN \cdot m \right]$$

#### IV.2.2.1 – Tensão Normal Máxima:

Levando em consideração o fato que o poliuretano está fundido em torno de todo o torus e as hipóteses apresentadas anteriormente, o cálculo das tensões foi embasado nos efeitos das forças axiais trativas e compressivas oriundas do momento transferido ao anel superior do torus.

O efeito da aplicação do momento é a geração de esforços trativos e compressivos nas oito hastes de sustentação. Por meio de algumas correlações apresentadas na FIGURA 22, a tensão normal foi estimada a partir das forças axiais decorrentes do momento, levando em consideração a geometria deste componente.

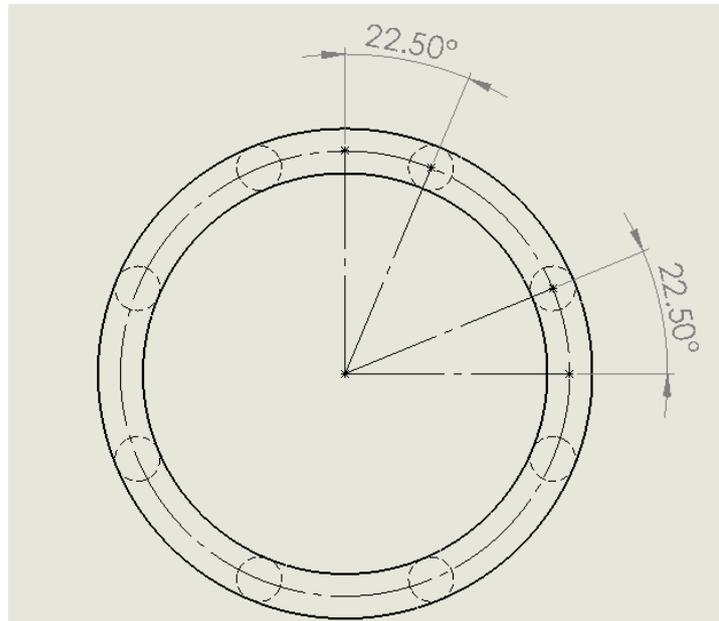


**FIGURA 22: Efeito do momento aplicado no torus.**

Por semelhança de triângulos a partir da FIGURA 22:

$$\frac{\delta_b}{\frac{d_2}{2}} = \frac{\delta_a}{\frac{d_2}{2} + d_1} \quad \therefore \quad \delta_a = \left(1 + \frac{2d_1}{d_2}\right) \delta_b$$

A definição de  $d_1$  e  $d_2$  é uma questão puramente geométrica, função das distâncias e ângulos, esclarecida na FIGURA 23:



**FIGURA 23: Geometria – Torus**

Como o torus apresenta oito hastes igualmente espaçadas em uma circunferência, o ângulo entre cada uma das hastes é de  $360^\circ/8$ , ou seja,  $22,5^\circ$ . As distâncias  $d_{sup}$  e  $d_{inf}$  determinadas abaixo são a componente na linha vertical da FIGURA 23. Tendo em vista que a circunferência média do anel vale  $650\text{ mm}$ :

$$d_{sup} = \frac{d \cdot \cos(22,5^\circ)}{2} \therefore \boxed{d_{sup} = 300\text{ mm}}$$

$$d_{inf} = \frac{d \cdot \sen(22,5^\circ)}{2} \therefore \boxed{d_{inf} = 124\text{ mm}}$$

$$d_1 = d_{sup} - d_{inf} \therefore \boxed{d_1 = 176\text{ mm}}$$

$$d_2 = 2 \cdot d_{inf} \therefore \boxed{d_2 = 248\text{ mm}}$$

Uma vez que as distâncias apresentadas no esquema tenham sido definidas, é possível dar continuidade a análise.

A deformação gerada por uma tensão axial pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\delta = \frac{FL}{AE} \quad [1]$$

Como  $L$ ,  $A$  e  $E$  são os mesmos para todas as hastes do torus, e lembrando que a tensão normal gerada por uma força axial é o quociente entre a dita força e a área da seção transversal resistente tem-se:

$$\delta_a = \left(1 + \frac{2d_1}{d_2}\right) \delta_b \quad \therefore \boxed{F_a = \left(1 + \frac{2d_1}{d_2}\right) F_b} \quad (i)$$

Para a determinação precisa do valor de cada uma das forças  $F_a$  e  $F_b$ , é necessário encontrar outra relação entre essas duas cargas. Como este é um problema estático, o somatório dos momentos gerados deve ser nulo. Calculando o somatório de momentos no ponto  $e$ :

$$\begin{aligned} \sum M_e &= 0 \\ \left(\frac{d_2}{2} + d_1\right) F_a + \frac{d_2}{2} F_b - M + \frac{d_2}{2} F_b + \left(\frac{d_2}{2} + d_1\right) F_a &= 0 \\ M = 2\left(\frac{d_2}{2} + d_1\right) F_a + \frac{2d_2}{2} F_b &\therefore \boxed{M = (d_2 + 2d_1)F_a + d_2F_b} \quad (ii) \end{aligned}$$

Substituindo os valores encontrados na equação (i) na equação (ii) é possível enfim estimar o valor de  $F_a$  e  $F_b$ :

$$M = (d_2 + 2d_1) \left( 1 + \frac{2d_1}{d_2} \right) F_b + d_2 F_b$$

$$M = \left( d_2 + 2d_1 + 2d_1 + \frac{4d_1^2}{d_2} + d_2 \right) F_b$$

$$M = \left( 2d_2 + 4d_1 + \frac{4d_1^2}{d_2} \right) F_b$$

$$F_b = \frac{1}{2} \left( \frac{M}{d_2 + 2d_1 + \frac{2d_1^2}{d_2}} \right)$$

$$\therefore \boxed{F_b = -2,473 \text{ kN}}$$

Logo,

$$\therefore F_a = \left( 1 + \frac{2d_1}{d_2} \right) \left( \frac{1}{2} \frac{M}{d_2 + 2d_1 + \frac{2d_1^2}{d_2}} \right)$$

$$F_a = \left( \frac{1}{2} + \frac{d_1}{d_2} \right) \frac{M}{d_2 + 2d_1 + \frac{2d_1^2}{d_2}}$$

$$\therefore \boxed{F_a = -5,97 \text{ kN}}$$

#### IV.2.2.1.1 – Tensão normal:

Depois que as forças  $F_a$  e  $F_b$  foram definidas, cabe agora a determinação das tensões que essas cargas motivam. A tensão normal para o tipo de carregamento aqui suposto é dada pela formula:

$$\sigma = \frac{F}{A} [1]$$

Visto que ambas as forças foram calculadas para um par de hastes, a área da seção transversal resistente é aquela equivalente a duas das hastes, cada uma com um diâmetro de 65 mm.

$$\sigma_a = \frac{F_a}{2A_{haste}}$$

$$\boxed{\sigma_a = -900 \text{ kPa}}$$

$$\sigma_b = \frac{F_b}{2A_{haste}}$$

$$\boxed{\sigma_b = -373 \text{ kPa}}$$

## Capítulo V – Abordagem pelo método de elementos finitos

O método de elementos finitos é um procedimento numérico de resolução de equações diferenciais que representam problemas físicos e de engenharia, e é base de uma vasta gama de softwares de análise numérica direcionados ao projeto de infinitos tipos de estruturas.

Com os avanços cada vez mais velozes acerca da eficiência e capacidade computacional dos sistemas modernos, esses softwares tem se tornado uma opção cada vez mais eficaz, o que confere aos usuários as tarefas de geração do modelo e avaliação dos resultados obtidos, em detrimento aos desafios de programação que tinham de ser enfrentados há algum tempo atrás, para otimização do funcionamento de tais softwares. Isso torna o processo mais simples, o que permite ajustes finos à medida que se verifica a aproximação ou distanciamento do comportamento do sistema em relação à realidade. Com isso, essa abordagem permite simulações extremamente confiáveis, se realizadas com parâmetros bem escolhidos.

Um modelo mal escolhido ou mal executado ainda apresentará uma solução numérica válida, mas que por muitas vezes não representa o comportamento real do fenômeno observado. Portanto, ter uma base analítica para a comparação dos resultados é de extrema importância.

No caso particular aqui analisado, o método de análise com elementos finitos será realizado para que haja uma verificação e comparação entre o modelo analítico e o numérico. Portanto, as três análises detalhadas a seguir buscaram reproduzir com a maior fidelidade possível as condições supostas e as hipóteses assumidas na abordagem analítica realizada anteriormente.

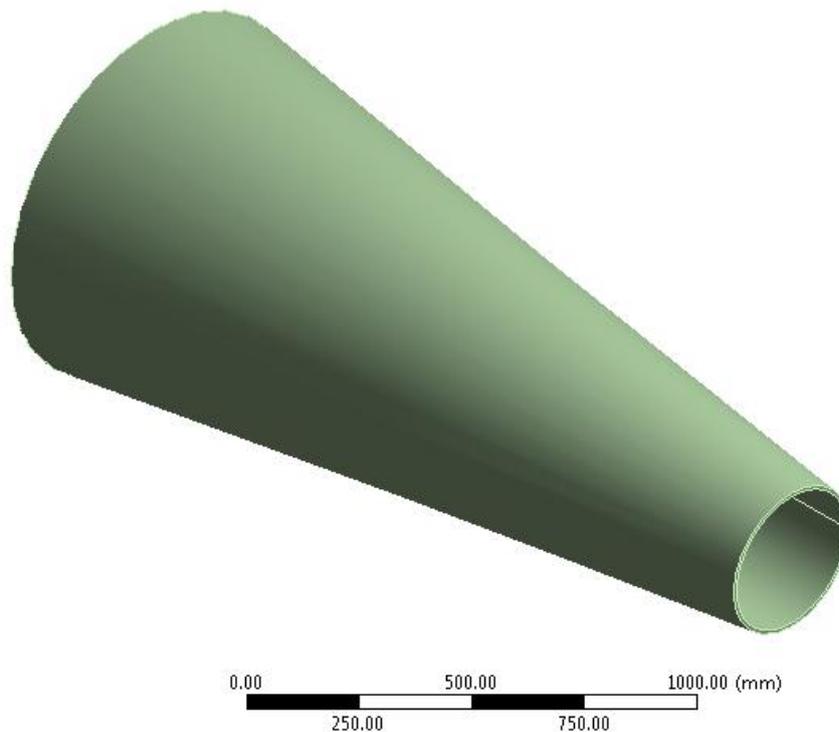
Para a realização da abordagem pelo método de elementos finitos, o software comercial Ansys Workbench foi utilizado. O motivo da sua escolha reside no fato de o enrijecedor de curvatura à flexão apresentar uma geometria complexa, e as cargas nele aplicado não se apresentarem de maneira axissimétrica apesar da sua geometria se apresentar dessa forma. Isso portanto impossibilita a execução de uma análise consideravelmente mais simples extrapolada para uma circunferência completa.

O Ansys Workbench permite a importação de geometrias tridimensionais geradas por outros softwares de CAD (computer aided design – desenho assistido por computador), o que o torna mais atraente ainda. O sistema de análise utilizado no software foi o de Structural Static (estático estrutural), ou seja, as mesmas premissas utilizadas na abordagem analítica descrita anteriormente.

## **V.1 – Corpo de poliuretano**

### **V.1.1 – Geometria**

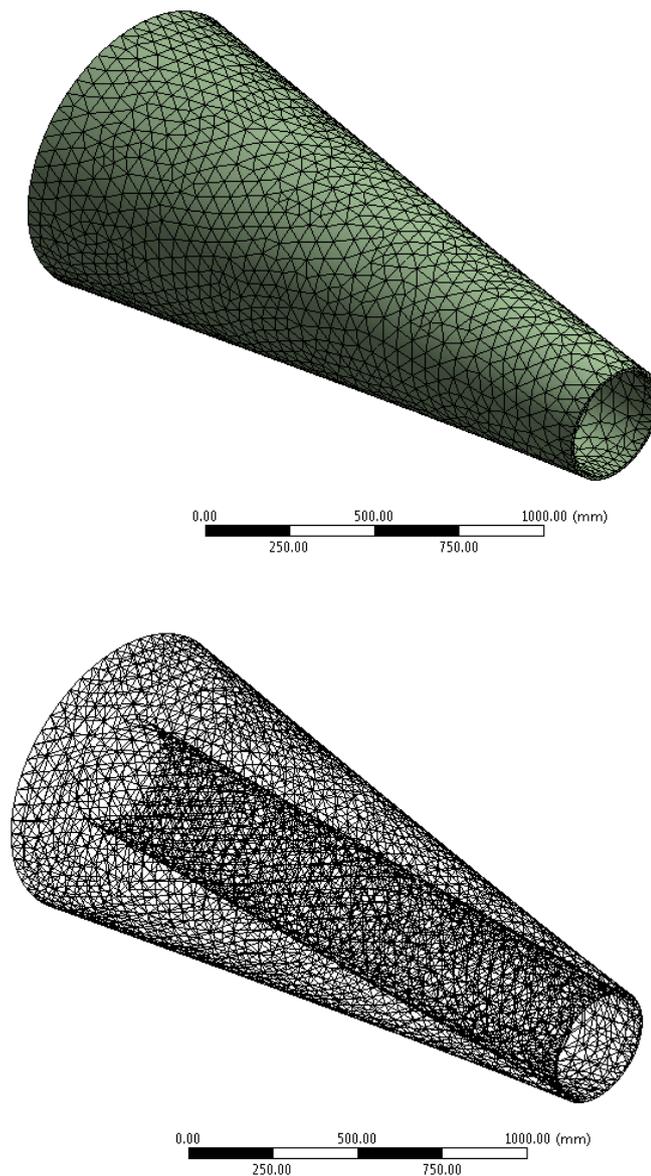
Para a modelagem tridimensional do corpo de poliuretano, o software SolidWorks foi utilizado. O sólido foi criado respeitando-se fielmente a geometria apresentada anteriormente e utilizada ao longo da abordagem analítica. A FIGURA 24 apresenta o resultado final da modelagem.



**FIGURA 24: Geometria – Poliuretano**

## V.1.2 – Malha

Para a aplicação da malha, foi utilizado o método de dimensionamento dos elementos. O tamanho de elemento padrão foi de 50 mm. Esse tamanho foi escolhido após a verificação que, com um refino maior, os resultados apresentados não mostravam nenhuma divergência considerável. Desta forma entende-se que a malha gerada convergiu de modo a apresentar resultados confiáveis. A FIGURA 25 apresenta a malha após sua geração.

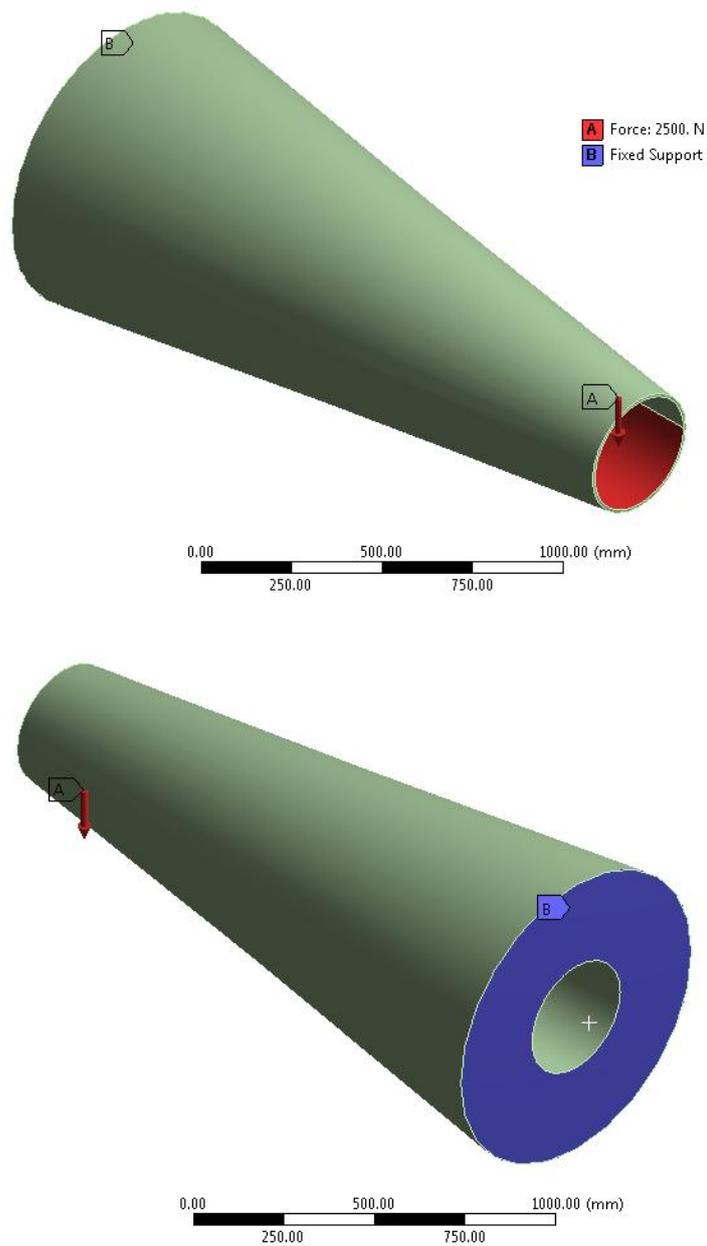


**FIGURA 25: Malha – Poliuretano**

### **V.1.3 – Carregamentos e Condições de contorno**

A proposta desta análise numérica é gerar uma base de comparação entre as duas abordagens. Para tal, é necessário que ambas as abordagens apresentem condições tão similares quanto possível. Para tal, a face na extremidade superior do corpo de poliuretano foi definida como um suporte fixo, ou seja, um engaste.

Para a reprodução do carregamento distribuído suposto, uma carga de módulo equivalente foi aplicado em uma das metades da face interna, pelo comprimento de um metro. A FIGURA 26 auxilia um entendimento mais claro das condições de contorno e carregamento impostos.



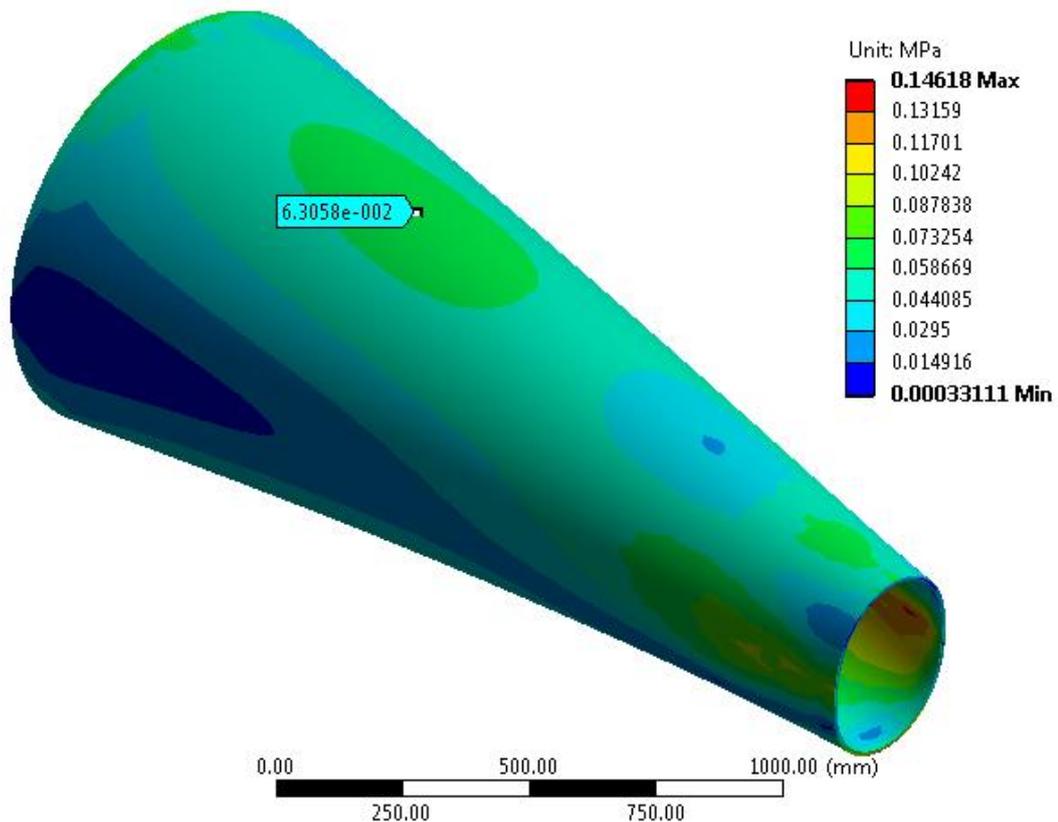
**FIGURA 26: Condições de contorno e carregamento – Poliuretano**

O módulo da força aplicado é de 2400 N. O fato da mesma estar distribuída em uma face de um metro de comprimento caracteriza a carga distribuída mencionada anteriormente.

Na parte inferior da figura, fica claro em qual face o engaste é considerado.

## V.1.4 – Solução

Após a inserção de todas as condições, a simulação é realizada. O resultado solicitado é a tensão equivalente, e o produto da análise é demonstrado na FIGURA 27.



**FIGURA 27: Solução – Poliuretano**

Nota-se, a partir da análise, que a tensão máxima observada encontra-se justamente na fronteira entre a face onde o carregamento se encontra aplicado e sua vizinha imediata, por conta do modo como a análise foi modelada.

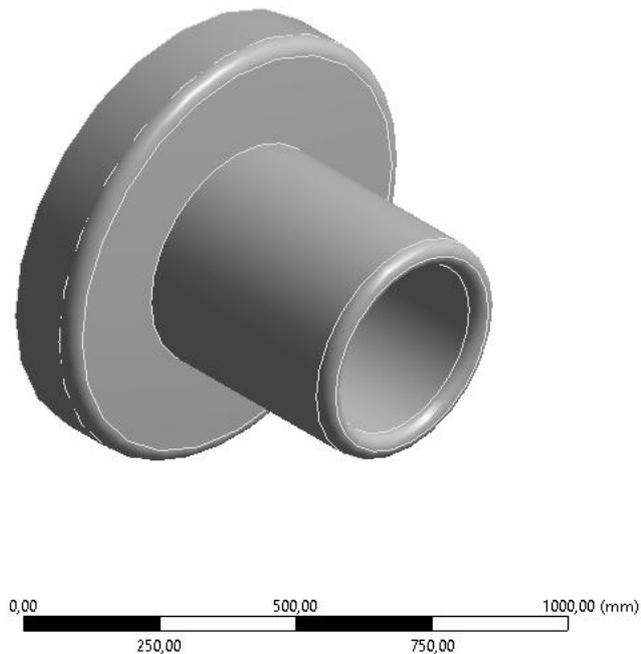
Desconsiderando esta, é possível perceber que a distribuição das tensões se apresenta de uma forma bastante próxima àquela prevista na abordagem analítica, e que existe uma região crítica onde os valores oscilam em torno de 60 kPa, mostrada em verde. O valor mais crítico obtido nesta região foi de aproximadamente 63,05 kPa.

## V.2 – Componentes metálicos

### V.2.1 – Luva metálica

#### V.2.1.1 – Geometria

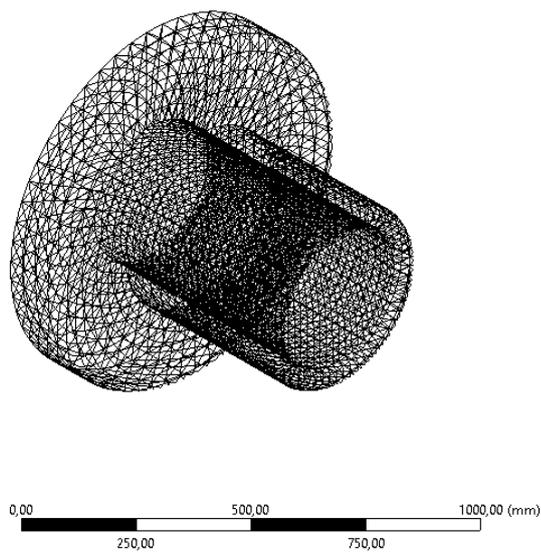
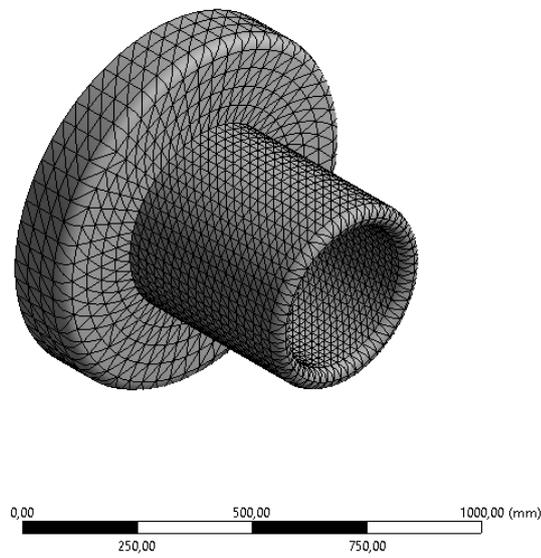
A geometria utilizada foi mantida idêntica à utilizada no método analítico, com as dimensões já explicitadas anteriormente. Para sua reprodução em três dimensões foi criado um modelo no SolidWorks, software voltado para essa tarefa, posteriormente importado para o Ansys Workbench.. O modelo criado e utilizado se encontra representado na FIGURA 28.



**FIGURA 28: Geometria – Luva**

### V.2.1.2 – Malha

Para a elaboração da malha, dentre os métodos possíveis, foi adotado o mapeamento de faces por proporcionar à análise um resultado mais uniforme. O mapeamento foi empregado ao longo de toda a geometria da luva, para obter uma análise mais refinada foi imposto um elemento de 30 mm, que resultou em 29244 nós e 16520 elementos. A FIGURA 29 apresenta somente a malha e a mesma aplicada à geometria.

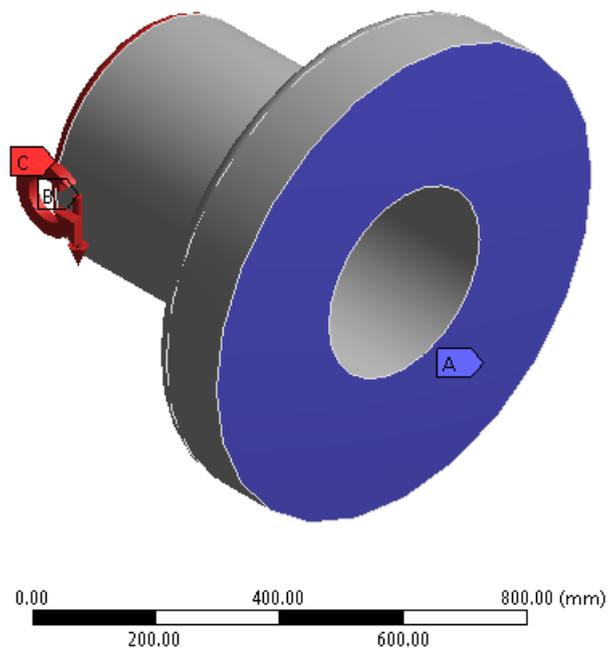
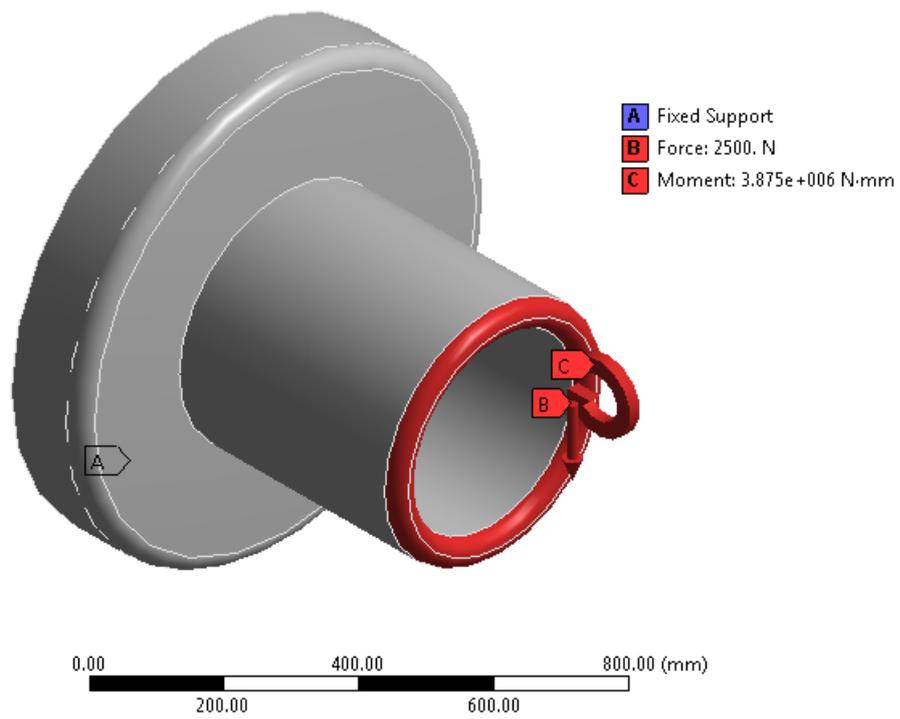


**FIGURA 29: Malha – Luva**

### **V.2.1.3 – Carregamento e condições de contorno**

Visando atingir uma correspondência entre as análises adotadas afim de proporcionar uma comparação entre as mesmas, se fez necessário replicar o carregamento empregado na proposta analítica. Para alcançar tal redundância, empregou-se a mesma condição de contorno aplicada anteriormente com o a luva metálica engastada na sua base a partir de um suporte fixo, demonstrada na FIGURA 30.

Para reproduzir o carregamento, foi imposto um momento constante de 3,875 kN.m e uma força com a mesma orientação da proposta analítica e módulo de 2,5 kN, ambos aplicados na extremidade oposta à superfície engastada, resultantes dos esforços transferidos pelo poliuretano. A FIGURA 30 proporciona melhor entendimento dos carregamentos aplicados.



**FIGURA 30: Carregamento e condições de contorno – Luva**

### V.2.1.4 – Solução

Após elaboração e desenvolvimento do modelo, malha, condições de contorno e carregamento, o programa é capaz de simular a reação da estrutura aos esforços. O resultado alcançado está apresentado na

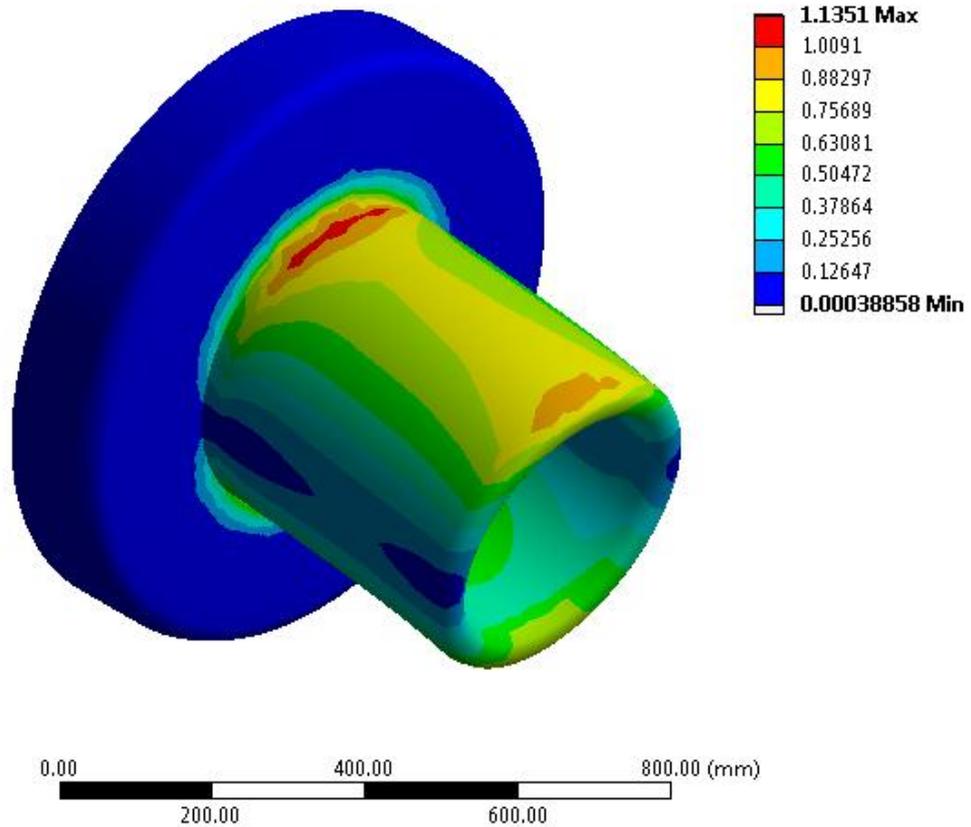
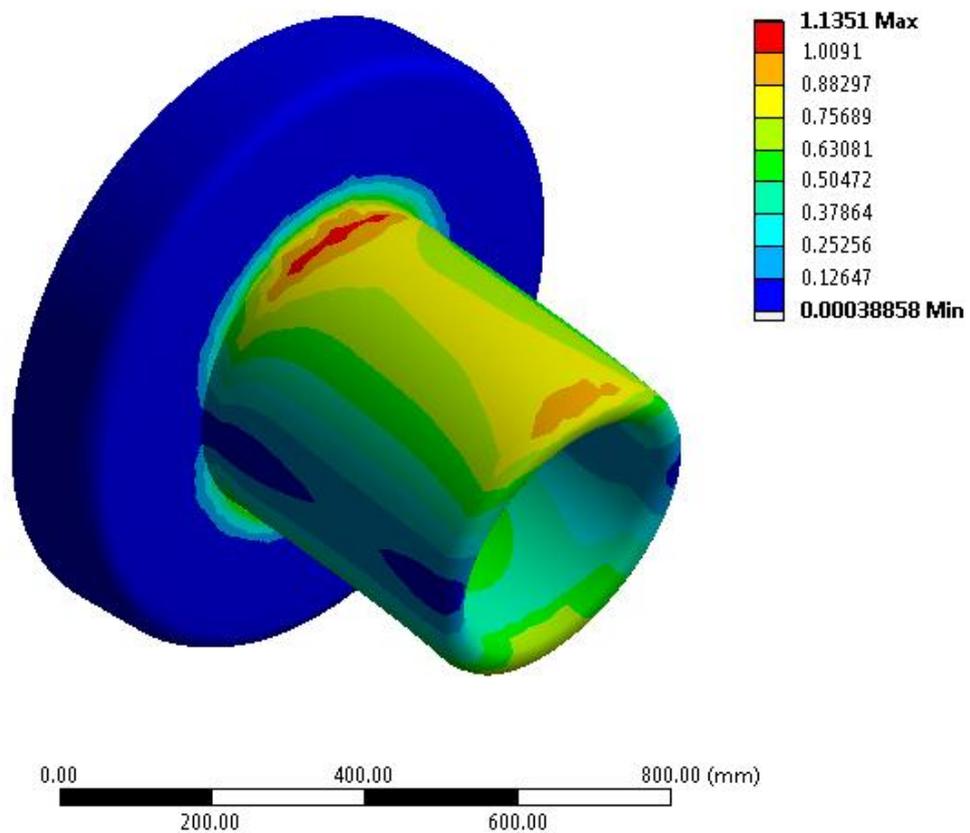


FIGURA 31.



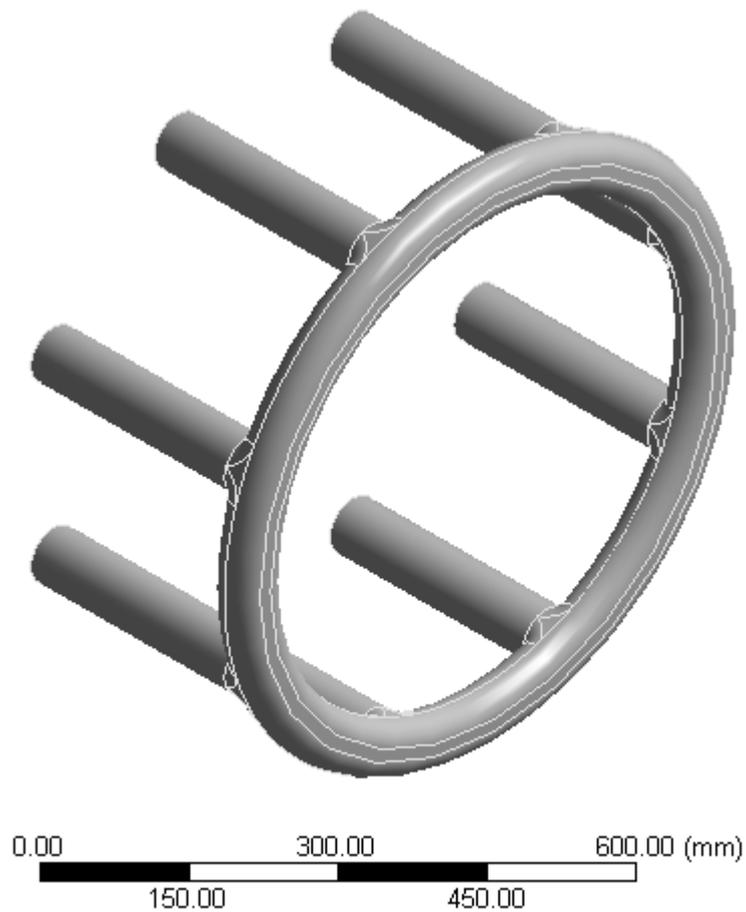
**FIGURA 31: Solução – Luva**

Ao avaliar a solução do problema pelo método de elementos finitos, nota-se que as tensões encontradas são localizadas nas mesmas regiões e são da mesma ordem de grandeza das calculadas no modelo analítico.

## V.2.2 – Torus

### V.2.2.1 – Geometria

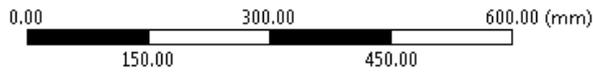
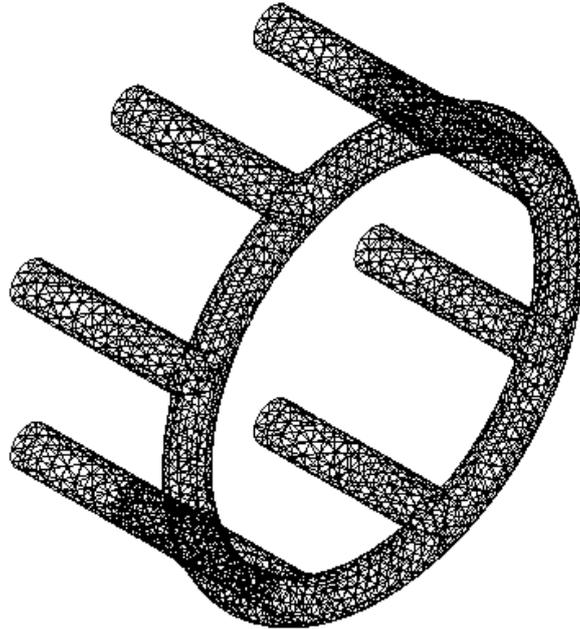
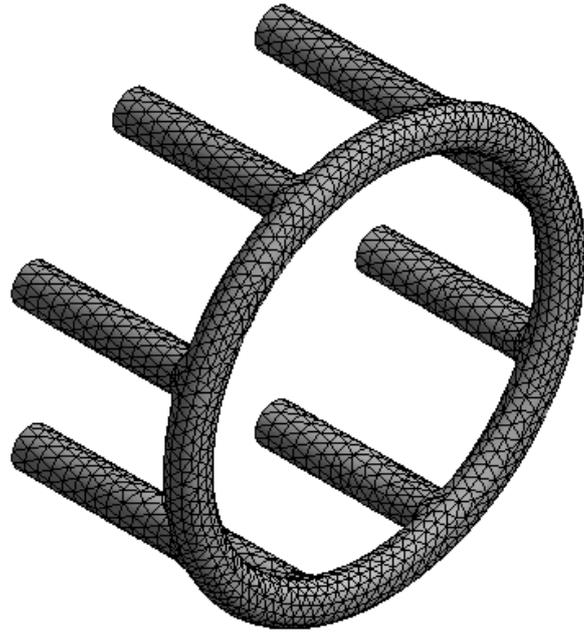
Assim como para os outros componentes, a modelagem tridimensional foi realizada por meio do software SolidWorks. A geometria foi reproduzida tendo como guia aquela definida anteriormente. A FIGURA 32 ilustra o resultado final da modelagem.



**FIGURA 32: Geometria – Torus**

### **V.2.2.2 – Malha**

No caso do torus, o critério de geração da malha que apresentou melhores resultados foi a escolha de antemão do tamanho dos elementos. A cada elemento foi definido o tamanho de cerca de 20 mm. Isso resultou no melhor resultado observado em termos de precisão dos resultados, aliado a uma velocidade de processamento satisfatória. A malha do torus conta com 15232 elementos formados por 26189 nós, o que representa uma precisão de resultado elevado, se comparado à malha do corpo de poliuretano, que apesar de ser consideravelmente maior apresenta um número reduzido de nós e, conseqüentemente, elementos. Por conta dos resultados obtidos com diversos outros tipos de malhas, entende-se que a malha converge, apresentando resultados confiáveis. A FIGURA 33 apresenta a malha gerada.



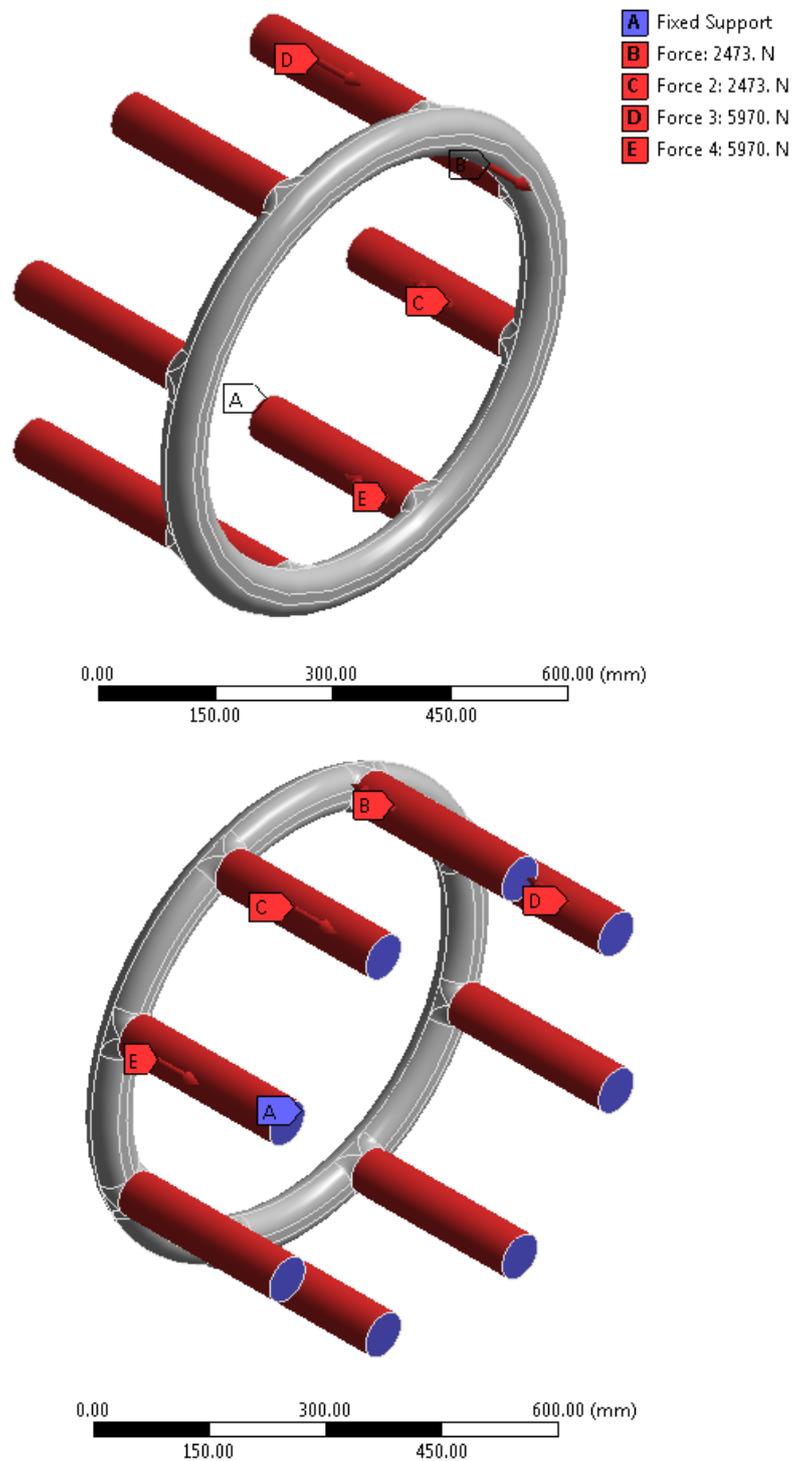
**FIGURA 33: Malha – Torus**

### **V.2.2.3 – Carregamentos e Condições de contorno**

O carregamento aplicado no torus, definido anteriormente na abordagem analítica, consistia na transferência de um momento transferido por meio do corpo de poliuretano até a sua atuação no componente metálico em questão. Este momento, por sua vez, foi traduzido em duas forças distintas, denominadas  $F_a$  e  $F_b$ , aplicadas axialmente nas hastes de sustentação do torus.

Para a abordagem pelo meio de elementos finitos, esse processo de transferência do momento e sua transformação nas cargas foi suprimido, portanto as cargas consideradas são apenas as forças finais definidas. Foram necessárias 4 cargas distintas devido às direções opostas com as quais as mesmas se apresentam. Além disso a parte posterior das hastes, onde as mesmas são parafusadas na luva metálica, foi considerada engastada.

A FIGURA 34 auxilia um entendimento mais claro das condições de contorno e carregamento impostos.



**FIGURA 34: Condições de contorno e carregamento – Torus**

### V.2.2.4 – Solução

Solucionando o problema, uma vez que este se encontra completamente definido, obtém-se as tensões equivalentes atuantes no componente. O resultado pode ser visto na FIGURA 35.

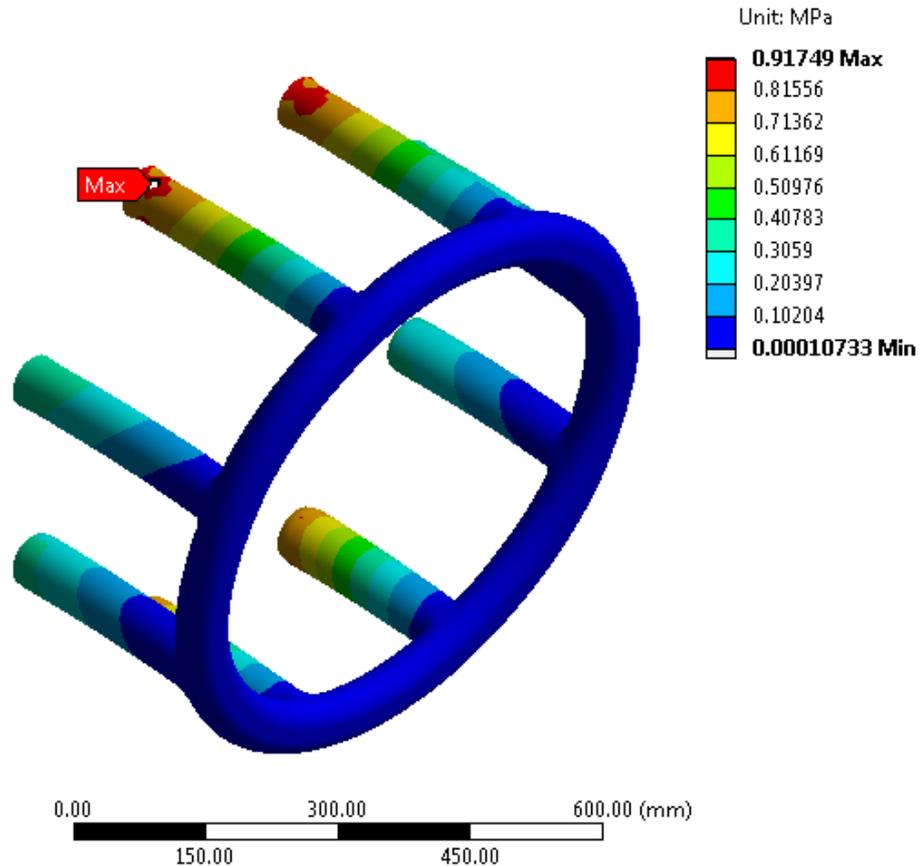


FIGURA 35: Solução – Torus

Alguns pontos merecem destaque nesta solução. A distribuição das tensões apresenta uma concordância com o comportamento estimado na abordagem analítica, e um valor máximo de 917 kPa. A tensão máxima ocorre no ponto mais próximo ao engaste, como se supunha acontecer no caso de um momento aplicado. Isso confirma a validade da hipótese de modelagem das forças axiais geradas por um momento, já que estas representaram de maneira satisfatória o comportamento esperado.

## Capítulo VI – Conclusão

Este projeto de conclusão de curso apresentou como objetivo a investigação das tensões presentes nos diferentes componentes de um enrijecedor de curvatura à flexão sujeito a condições normais de trabalho.

Após tornar o leitor familiarizado com o funcionamento de um enrijecedor de curvatura, com sua geometria e noções básicas sobre as partes que compõe esse acessório, foram definidas duas abordagens distintas a fim de realizar-se uma investigação válida.

No primeiro momento, afim de determinar qual carga de trabalho seria utilizada no restante do projeto, o método da linha elástica foi utilizado. Após isso, conceitos de resistência dos materiais foram amplamente empregados durante a abordagem analítica, permitindo estimar diversos aspectos acerca das consequências da interação do duto flexível e o enrijecedor, entre elas as tensões internas, objetivo central do presente projeto.

Durante a abordagem pelo método de elementos finitos, várias análises numéricas foram realizadas com o auxílio do software Ansys Workbench. Buscou-se reproduzir o mais fielmente possível os modelos cunhados durante a abordagem analítica, para que a comparação dos resultados fosse o mais justa possível.

As tensões máximas estão mostradas na TABELA 2:

**TABELA 2: Comparação de resultados**

Tensões máximas [kPa]		
	Abordagem Analítica	Abordagem por Elementos Finitos
Poliuretano	57.57	63,05 [1]
Luva Metálica	1075 [2]	1135
Torus	900	917

[1] Tensão na região equivalente àquela que apresenta a maior tensão na abordagem analítica

[2] Tensão de Von Mises Equivalente

Analisando os resultados obtidos, entende-se que as divergências nos valores obtidos nas duas abordagens são pequenas, e que portanto a análise por elementos finitos demonstra que os modelos teorizados na abordagem analítica configuram um método confiável de estimativa de tensões de trabalho. Além disso, a análise pelo método de elementos finitos apresenta uma fidelidade maior em relação à realidade, no que diz respeito às tensões equivalentes avaliadas em decorrência dos carregamentos impostos. Por isso é natural que esta abordagem apresente tensões maiores que aquelas obtidas através do modelo analítico.

Outro ponto a ser levado em consideração é a ordem de grandeza das tensões obtidas por ambos os métodos de análise. Embora estes valores apresentem-se bem abaixo da tensão de escoamento dos materiais, vale lembrar que o modo de falha de enrijecedores de curvatura é por fadiga, não por solicitação estática.

Para a continuidade do projeto aqui exposto fica sugerida a realização de uma análise compreendendo a extensão completa do enrijecedor, visando dessa forma avaliar com precisão o comportamento real desse acessório, considerando todos os seus componentes e as interações que ocorrem entre cada um deles, além das condições de contato e aderência entre os mesmos.

## Referências

1. Hibbeler, R. C - Resistência Dos Materiais - 7ª Ed. - 2010
2. H.J. Qi, M.C. Boyce - Stress–strain behavior of thermoplastic polyurethanes - July 2004
3. Marcelo Caire – Modelo de comportamento viscoelástico de enrijecedores à flexão – Agosto 2011
4. American Petroleum Institute - API 17 J: Specification for Unbonded Flexible Pipe – July 2008
5. TONG Dong Jin, LOW Ying Min, SHEEHAN John M. - Nonlinear Bend Stiffener Analysis Using A Simple Formulation and Finite Element Method – August 2011
6. Paulo Pedro Kenedi, Ivan Ivanovitsch Thesi Riagusoff – A comparative analysis of failures criteria applied to long bones – Novembro 2007
7. Diogo Garcia Lopes – Avaliação das tesões residuais na montagem de conectores em armaduras de tração de dutos flexíveis – Novembro 2013
8. Fábio Gosi de Aquino – Estudo do envelhecimento de poliuretanos aplicados na indústria do petróleo - 2009